

Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu
ósmoklasisty z matematyki”

AUTOR:

Grzegorz Pilarski



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

Spis treści

Wstęp	2
Zasady matematyczne które bezwzględnie należy znać.....	3
Wiedza pozwalająca dobrze napisać egzamin ósmoklasisty	17
Podsumowanie.....	22



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski

www.mathmind.pl

Wstęp

Niniejsze opracowanie ma na celu przedstawienie podstawowej wiedzy, którą należy posiadać przystępując do egzaminu ósmoklasisty. Jest ono podzielone na dwie części. W pierwszej z nich zostanie zawarta absolutnie podstawowa wiedza, którą KAŻDY uczeń kończący szkołę podstawową mający zamiar w miarę poprawnie napisać egzamin z matematyki powinien bezwzględnie posiadać. W tej drugiej pojawią się rzeczy, które również są istotne i jeśli ktoś z Was chce dobrze napisać ten test to po prostu trzeba je znać.

W pierwszej części poruszone są takie zagadnienia jak kalendarz, czas, ułamki, procenty, jednostki, twierdzenie Pitagorasa itp. Uważam, że każdy przeciętny uczeń chodzący do ósmej klasy szkoły podstawowej nie powinien mieć problemu z opanowaniem tych tematów. Oczywiście niezbędnym warunkiem jest poświęcenie trochę czasu na poprawne rozwiązanie kilkudziesięciu zadań z tego materiału. To, co powinno Was dodatkowo zmotywować do nauki jest fakt, że zdecydowana większość tych zagadnień jest wykorzystywana w życiu codziennym (liczenie czasu, szacowanie kwoty za zakupy, przeliczanie masy towaru na złotówki itp.). Jeśli ktoś planuje na drodze swojej dalszej edukacji iść do liceum i w późniejszym czasie na studia to po prostu trzeba to umieć.

Wzory zawarte w drugiej części może wydają się trochę przerażająco, ale w żadnym wypadku nie należy się do nich zniechęcać, ponieważ jeśli na spokojnie przeanalizuje się sprawę, to się okaże, że wszystko jest logicznie poukładane. Przedstawiono tam również najpopularniejsze tzw. trójkąty Pitagorejskie, oraz kilka ciekawych wzorów, dzięki którym czasami bardzo można uprościć sobie życie. Warto to umieć, jeśli w przyszłości planuje się pójść do klasy o profilu matematycznym.



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski

www.mathmind.pl

Zasady matematyczne które bezwzględnie należy znać

1. Znajomość tabliczki mnożenia, kolejnych potęg liczb do 20 (np. $12 \cdot 12$, $17 \cdot 17$), oraz względnie sprawne liczenie w pamięci w zakresie 100.

Może to się wydawać na oczywistą sprawą, ale na podstawie swojego doświadczenia zauważyłem, że nie zawsze jest to opanowane przez uczniów. Sama w sobie nieumiejętność tabliczki mnożenia w może okazać się w niektórych sytuacjach (np. w przyszłej pracy) kompromitująca, dlatego trzeba ją znać.

2. Kolejność wykonywania działań:

- a) Nawiasy
- b) Potęgowanie / pierwiastkowanie
- c) Mnożenie / dzielenie
- d) Dodawanie / odejmowanie
 - Wynik dodawania – suma
 - Wynik odejmowania – różnica
 - Wynik mnożenia – iloczyn
 - Wynik dzielenia – iloraz

3. Zaokrąglanie liczb do dowolnej cyfry (jedności, dziesiątek, setek, tysięcy, części dziesiętnych, części setnych, części tysięcznych).

Zasada jest prosta – jeśli za cyfrą, do której zaokrąglamy stoi 0, 1, 2, 3, 4 to zaokrąglamy w dół, jeśli z kolei stoi 5, 6, 7, 8, 9 – w górę.

4. Ułamki:

- a) Zwykłe - liczby składające się z licznika (wartości nad kreską ułamkową) i mianownika (wartości pod kreską). Dzielą się one:

- Właściwe – licznik jest mniejszy od mianownika, np. $\frac{2}{5}$, $3\frac{4}{9}$, $7\frac{40}{49}$
- Niewłaściwe – licznik jest większy od mianownika, $\frac{20}{9}$, $\frac{41}{5}$, $\frac{84}{19}$

- b) Dziesiętne – posiadają przecinek.

Niezbędna jest umiejętność zamiany ułamków właściwych na niewłaściwe (również na odwrót), oraz zamiany ułamków zwykłych na dziesiętne (również na odwrót).



Mathmind

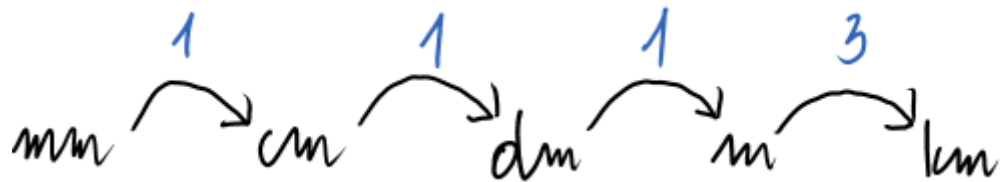
„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

5. Działania na ułamkach zwykłych.

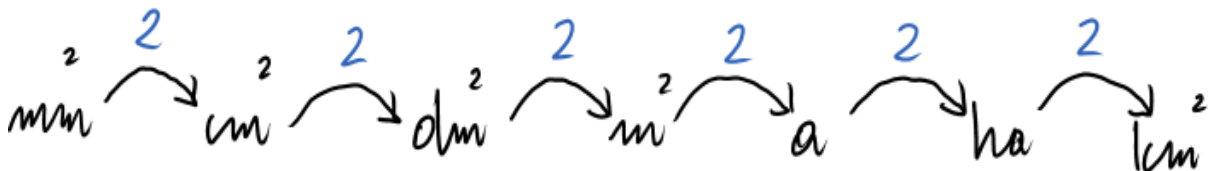
- Dodawanie / odejmowanie – ułamki można dodawać lub odejmować tylko wtedy, gdy mamy wspólny mianownik.
- Mnożenie – oba ułamki zamieniamy na ułamki niewłaściwe i „górze mnożymy z górą, a dół z dołem”.
- Dzielenie – zamieniamy oba ułamki na ułamki niewłaściwe, następnie dzielenie przekształcamy na mnożenie liczby odwrotnej (zamieniamy licznik z mianownikiem) dzielnika (tej przez którą dzielimy).

6. Zamiana jednostek (na niebiesko napisane jest, o ile miejsc należy przesunąć się z przecinkiem):

- Długości – jeśli zamieniamy mm na dm – przesuwamy się z przecinkiem o 2 miejsca w lewo.



- Powierzchni – jeśli zamieniamy m^2 na cm^2 – przesuwamy się z przecinkiem o 4 miejsca w prawo.



- Objętości – jeśli zamieniamy m^3 na dm^3 – przesuwamy się z przecinkiem o 3 miejsca w prawo



W przypadku objętości warto pamiętać, że 1 litr to $1 dm^3$.

Poza tym na początku każdego zadania zamieniamy wszystko na wspólną jednostkę.

7. Skala – ten temat polega tylko i wyłącznie na zamianie jednostek. Przykładowo – jeśli mamy skalę 1:700000 oznacza to, że $1 cm$ na mapie odpowiada $700000 cm$ w terenie. Po przekształceniu wychodzi nam, że $1 cm$ na mapie odpowiada $7 km$ w terenie.



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

8. Prawdopodobieństwo.

Chyba najbardziej intuicyjny dział. Aby wyznaczyć prawdopodobieństwo wystarczy policzyć, ile mamy zdarzeń sprzyjających i podzielić je przez wszystkie możliwe zdarzenia.

Przykładowo: w klasie jest 13 dziewczyn i 11 chłopaków. Losujemy jedną osobę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie to dziewczyna?

Odpowiedź: $\frac{13}{24}$

9. Procenty.

a) Zamiana procentów na ułamki dziesiętne i na odwrót – wystarczy przecinek przesunąć o 2 miejsca (w lewo jeśli procenty zamieniamy na liczbę i w prawo, jeśli liczba jest zamieniana na procenty).

b) Zamiana ułamków zwykłych na procenty – wystarczy go pomnożyć przez 100% i skrócić (o ile jest to możliwe (zwykle jest)).

c) Ustalanie jaki procent jednej liczby stanowi druga (najlepiej zrobić to proporcjami).

d) Obliczanie procentu z liczby – zwykle się przydaje przy zadaniach z podwyżkami i obniżkami (najlepiej tego typu zadania robić za pomocą proporcji).

10. Promile – wystarczy zapamiętać, że jeden promil to jedna tysięczna:

$$1\text{‰} = 0,001$$

11. Liczby rzymskie – zamiana ich na arabskie (te, których używamy) i na odwrót.

12. Kalendarz i czas.

a) W pierwszym przypadku trzeba umieć ustalać, czy dwa dowolne dni roku są tym samym dniem tygodnia, jeśli nie to jakim (przykładowo, czy 22 marca i 3 lipca jednego roku to te same dni tygodnia)? Należy pamiętać, że co siedem dni następuje ten sam dzień tygodnia.

b) W drugim przypadku niezbędna jest umiejętność liczenia upływającego czasu, oraz zamienianie minut na godziny i na odwrót. Przykładowo: pociąg ze stacji A wyjeżdża o 11:53, a do stacji B przyjeżdża o 15:28. Ile pełnych kwadransów trwał podróż?

Odpowiedź: 14 kwadransów.

13. Zaznaczanie liczb na osi liczbowej.

Jest to głównie wykorzystywane w przypadku szacowania odległości między liczbami.



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

14. Stosunek dwóch wielkości.

Przykładowo – jeśli w jakiejś klasie stosunek liczby dziewcząt do chłopców wynosi 7: 4, a uczniów jest 33 to najlepiej jest przyjąć:

$7x$ – liczba dziewczyn

$4x$ – liczba chłopców

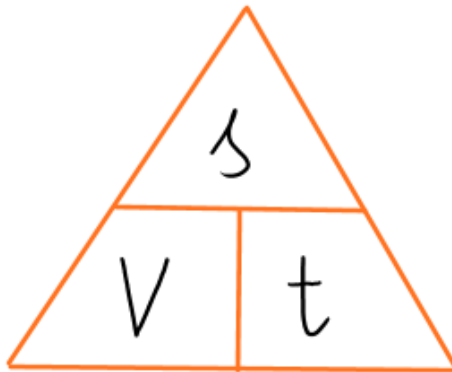
$$7x + 4x = 33$$

$$x = 3$$

Zatem w klasie mamy 21 dziewczyn ($7 * 3$) i 12 chłopców ($4 * 3$).

15. Droga, prędkość, czas.

Pierwszą podstawową sprawą jest umiejętność odczytywania z wykresu drogi i czasu. Należy przy tym pamiętać o zamianie jednostek drogi i czasu. Zależność pomiędzy trzema tytułowymi wielkościami wygląda następująco:



s – droga

V – prędkość

t – czas

Jeśli chcemy policzyć drogę – zastaniemy ją ręką i wychodzi nam: $V * t$.

Jeśli chcemy policzyć prędkość – wychodzi nam: $\frac{s}{t}$

Jeśli chcemy policzyć czas – wychodzi nam: $\frac{s}{V}$



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

16. Działania na potęgach (screen z karty wzorów ze szkoły ponadgimnazjalnej):

Niech r, s będą dowolnymi liczbami rzeczywistymi. Jeśli $a > 0$ i $b > 0$, to zachodzą równości:

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s} \quad (a^r)^s = a^{r \cdot s} \quad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r \quad \left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

Jeżeli wykładniki r, s są liczbami całkowitymi, to powyższe wzory obowiązują dla wszystkich liczb $a \neq 0$ i $b \neq 0$.

17. Upraszczanie i liczenie pierwiastków.

Tutaj zdecydowanie się przyda umiejętność rozkładu liczby na czynniki pierwsze. Para takich liczb tworzy liczbę, którą można wyciągnąć przed nawias, przykład:

$$\begin{array}{l} 480 \\ 240 \\ 120 \\ 60 \\ 30 \\ 15 \\ 5 \end{array} \left| \begin{array}{l} (2) \\ (2) \\ (2) \\ (2) \\ (2) \\ (3) \\ (5) \end{array} \right. \begin{array}{l} 4 \\ 4 \\ 30 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} (2) \\ (2) \\ (2) \\ (2) \\ (2) \\ (3) \\ (5) \end{array}} \right\} 16$$
$$\sqrt{480} = \sqrt{16 \cdot 30} = 4\sqrt{30}$$

18. Szacowanie wartości pierwiastka.

Aby dobrze sobie z tym radzić polecam nauczyć się kolejnych potęg liczb naturalnych (mniejszych od 200), przykłady:

$\sqrt{201}$ – jest to więcej niż 14 i mniej niż 15

$\sqrt{93}$ – jest to więcej niż 9 i mniej niż 10

$\sqrt{159}$ – jest to więcej niż 12 i mniej niż 13

Bardzo istotne jest to, żeby zapamiętać poniższe przybliżenia:

$$\sqrt{2} \approx 1,41$$

$$\sqrt{3} \approx 1,73$$



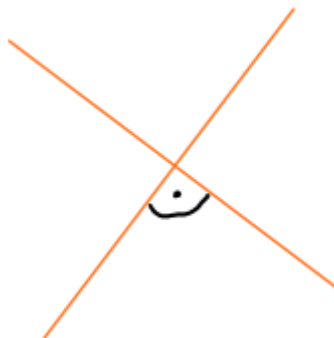
Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

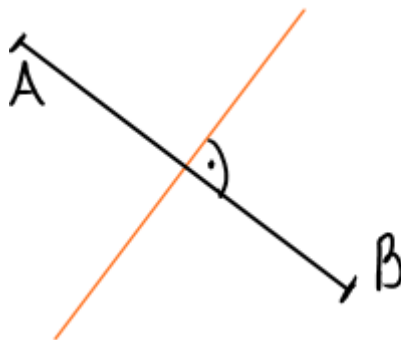
19. Proste równoległe – bieżą, jak tory:



20. Proste prostopadłe – bieżą pod kątem prostym:



21. Symetralna odcinka – prosta, która przechodzi przez środek odcinka pod kątem prostym.

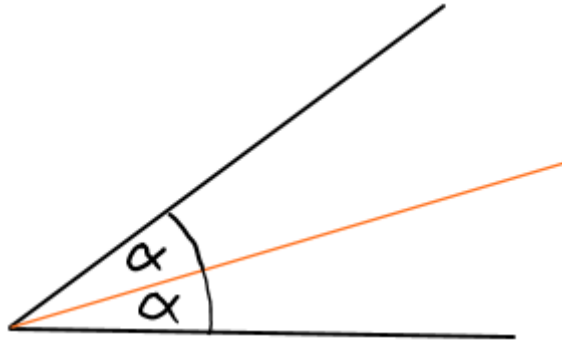




Mathmind

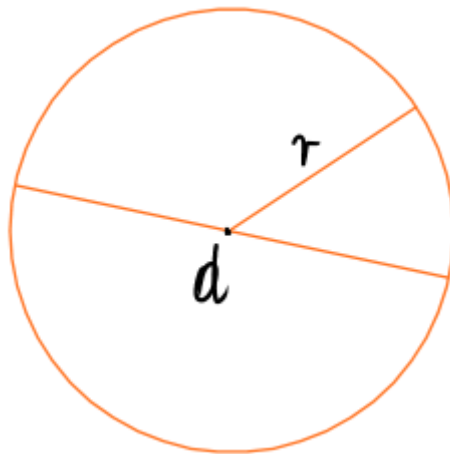
„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

22. Dwusieczna kąta – półprosta, która dzieli kąt na dwie równe części.



23. Koło i okrąg.

Różnica między tymi dwoma figurami polega na tym, że koło jest zawsze pełne wewnątrz (posiada pole), zaś okrąg nie posiada pola (można go sobie wyobrazić jako obręcz).



r – promień

d – średnica

$$d = 2 * r$$

24. Twierdzenie Pitagorasa.

JEDNA Z NAJWAŻNIEJSZYCH RZECZY, JAKICH SIĘ UCZY W SZKOLE PODSTAWOWEJ. Aby dobrze to twierdzenie opanować niezbędna jest umiejętność upraszczania pierwiastków (zostało to opisane powyżej). Wzór ogólny wygląda następująco:

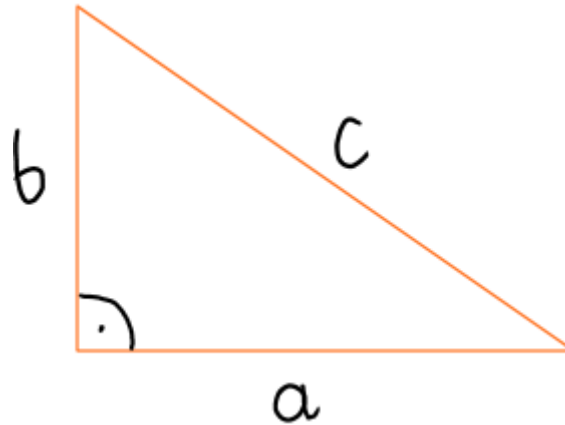
$$a^2 + b^2 = c^2$$



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

a, b – przyprostokątne w trójkącie
 c – przeciwprostokątna trójkąta

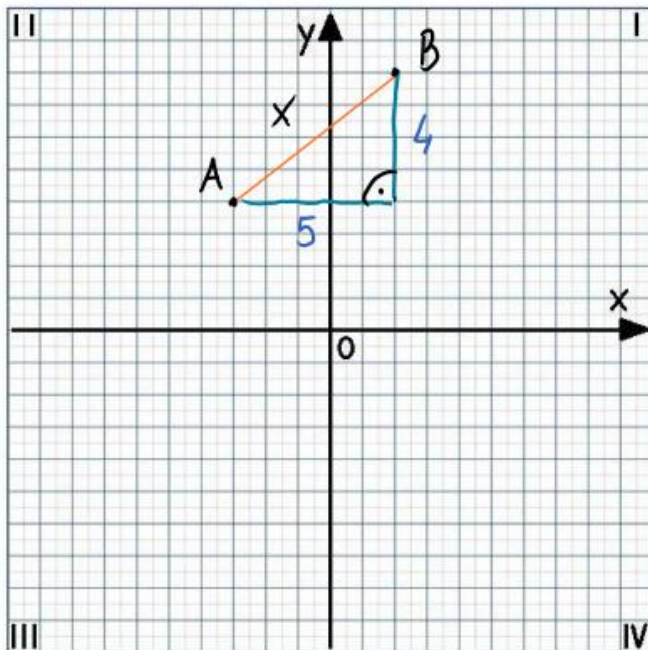


25. Zaznaczanie punktów w układzie współrzędnych i liczenie długości odcinka.

Aby wyznaczyć długość odcinka w układzie współrzędnych najlepiej jest stworzyć sobie trójkąt prostokątny, gdzie długość naszego odcinka jest przeciwprostokątną, przykład:

$$A = (-3; 4)$$

$$B = (2; 8)$$



$$\begin{aligned} 5^2 + 4^2 &= x^2 \\ 25 + 16 &= x^2 \\ 41 &= x^2 \\ x &= \sqrt{41} \end{aligned}$$

Na grafice zaznaczone są również ćwiartki układu współrzędnych.

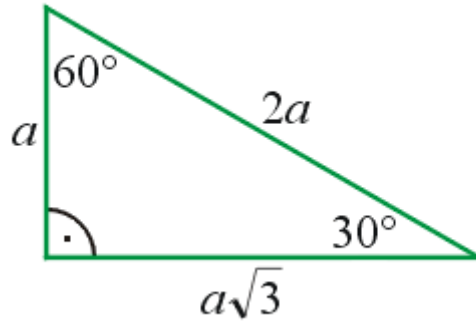


Mathmind

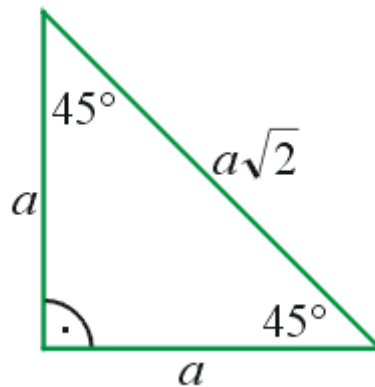
„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

26. Trójkąty ekierki:

a) 30, 60, 90 stopni:



b) 45, 45, 90 stopni:



27. Suma miar kątów.

- a) W przypadku wszystkich trójkątów suma miar ich kątów zawsze wynosi 180 stopni.
- b) W przypadku każdego czworokąta (kwadratu, rombu, równoległoboku, prostokąta, trapezu itd.) suma miar kątów zawsze wynosi 360 stopni.

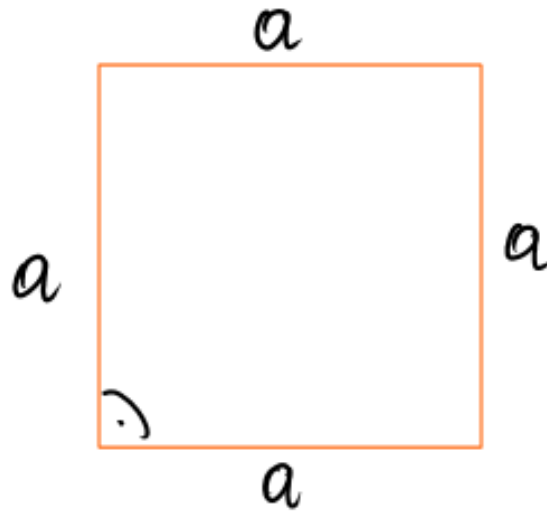


Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

28. Pola figur:

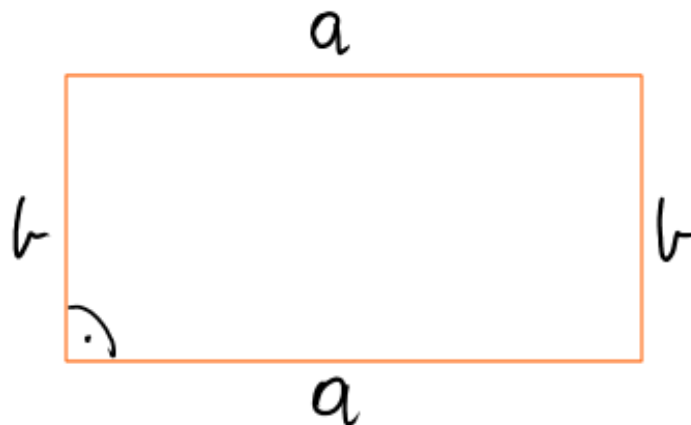
a) Kwadrat – czworokąt, którego wszystkie boki są równe i wszystkie cztery kąty są proste.



$$P = a^2$$

Warto pamiętać, że do policzenia pola kwadratu można skorzystać ze wzoru na pole rombu.

b) Prostokąt – czworokąt, którego wszystkie cztery kąty są proste.



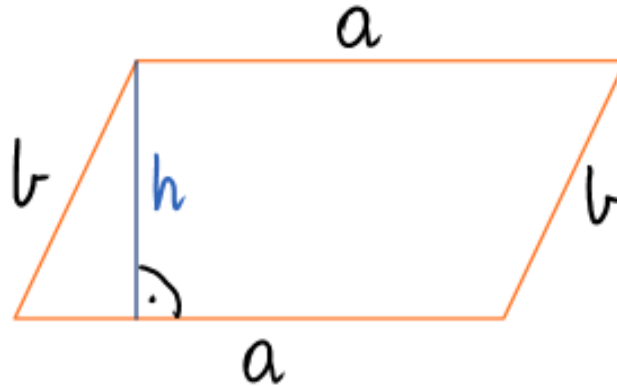
$$P = a * b$$



Mathmind

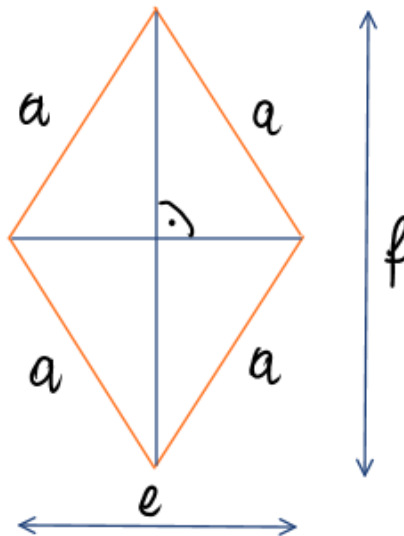
„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

c) Równoległobok – czworokąt, który ma dwie pary boków równoległych.



$$P = a * h$$

d) Romb – czworokąt, który ma wszystkie boki jednakowej długości.



$$P = \frac{e * f}{2}$$

e – pierwsza przekątna

f – druga przekątna

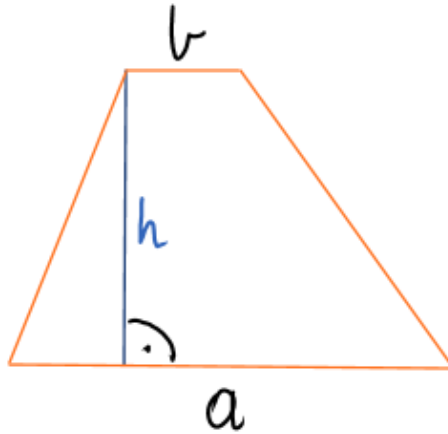
W niektórych podręcznikach zamiast liter „e” i „f” używa się „d₁” i „d₂”.
Pole rombu można również policzyć stosując wzór na pole równoległoboku.



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

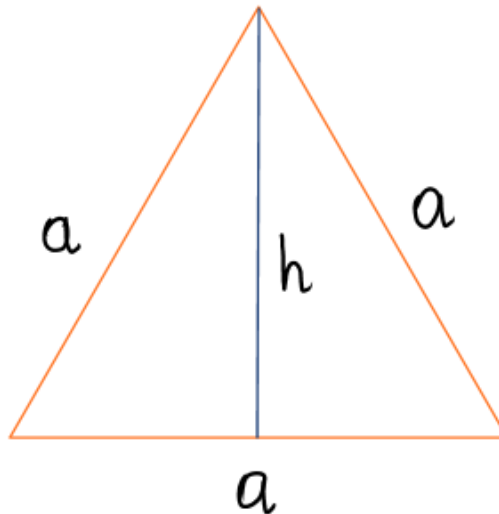
e) Trapez – czworokąt, który ma co najmniej jedną parę boków równoległych.



$$P = \frac{(a + b) * h}{2}$$

29. Pola trójkąta równobocznego i sześciokąta foremnego.

a) Trójkąt równoboczny:



Wzór na pole:

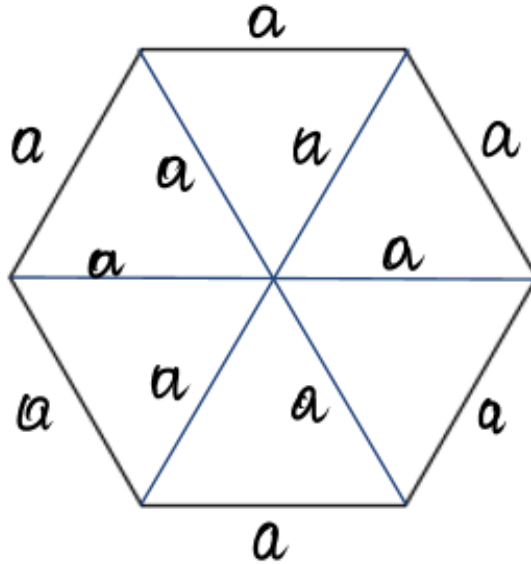
$$P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

b) Sześciokąt foremny – figura składająca się z sześciu trójkątów równobocznych:

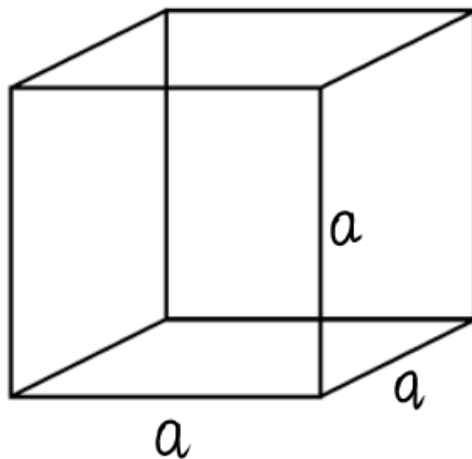


Wzór na pole:

$$P = 6 * \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

30. Sześcian i prostopadłościan.

a) Sześcian:



Wzory na pole i objętość:

$$P = 6 * a^2$$

$$V = a^3$$

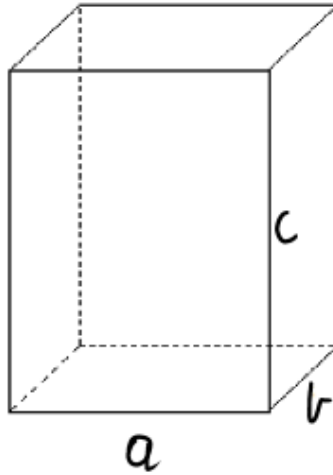
a – długość krawędzi sześcianu



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

b) Prostopadłościan:



Wzory na pole i objętość:

$$P = 2 * a * b + 2 * b * c + 2 * a * c$$

$$V = a * b * c$$

a, b, c – długości krawędzi prostopadłościanu



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

Wiedza pozwalająca dobrze napisać egzamin ósmoklasisty

1. Cechy podzielności liczb:

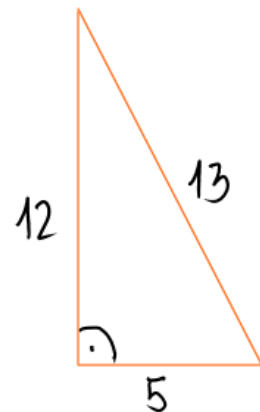
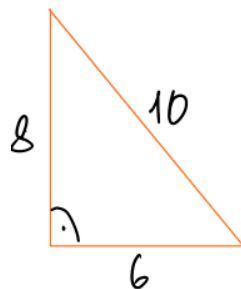
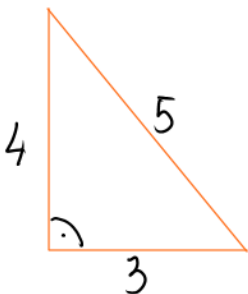
- Przez 2 – liczba dzieli się przez 2, gdy ostatnią cyfrą w liczbie jest liczba parzysta.
Jeśli w zadaniu mamy udowodnić, że dane wyrażenie dzieli się przez 2 to oznacza, że dwójkę należy wyciągnąć przed nawias wyrażenia.
- Przez 3 – liczba dzieli się przez 3, gdy suma cyfr w liczbie dzieli się przez 3. Przykład:
 - Mamy liczbę 2834 – suma cyfr tej liczby wynosi 17, zatem ta liczba nie dzieli się przez 3
 - Mamy liczbę 95361 – suma cyfr wynosi 24, zatem ta liczba dzieli się przez 3
- Przez 5 – liczba dzieli się przez 5, gdy na końcu znajduje się 0 lub 5
- Przez 6 – liczba dzieli się przez 6, gdy dzieli się jednocześnie przez 2 i 3
- Przez 9 – liczba dzieli się przez 9, gdy suma cyfr w liczbie dzieli się przez 9 (analogia do cechy podzielności przez 3)

2. Zbiory liczbowe – naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne, rzeczywiste Należy wiedzieć jakie liczby należą do jakiego zbioru.

3. Liczby pierwsze – liczby, które posiadają dokładnie dwa dzielniki – samą siebie i jeden, np.: 2, 3, 5, 7, 11, 13 itd. Należy pamiętać, że 0 i 1 nie są liczbami pierwszymi. Warto umieć rozkładać KAŻDĄ liczbę (powiedzmy mniejszą niż 1000) na czynniki pierwszy. Przydaje się to przy wyciąganiu całości z pierwiastków.

4. Trójkąty prostokątne o całkowitych długościach boków.

Prawdopodobieństwo, że któryś z tych trójkątów się pojawi na egzaminie jest stosunkowo duże, dlatego polecam zapamiętać te długości.





Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

5. Pole kwadratu.

Standardowym wzorem jest pomnożenie przez siebie dwóch boków. Warto jednak pamiętać, że to pole można również policzyć poprzez pomnożenie przez siebie przekątnych i podzielenie przez 2 (wzór na pole rombu):

$$P = \frac{e * f}{2}$$

Przekątne w kwadracie są tej samej długości, zatem $e = f$.

6. Graniastostupy prawidłowe:

Wzory do wyznaczenia liczby krawędzi, wierzchołków, ścian:

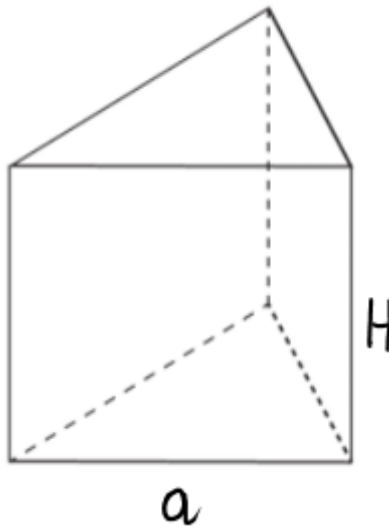
n – liczba boków w podstawie

$2n$ – liczba wierzchołków

$3n$ – liczba krawędzi

$n + 2$ – liczba wszystkich ścian (" n " ścian bocznych i dwie podstawy)

a) Graniastostup prawidłowy trójkątny – w podstawie występuje trójkąt równoboczny



Wzory na pole całkowite i objętość:

$$P_c = 2 * \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} + 3 * a * H$$

$$V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} * H$$

a – długość krawędzi podstawy

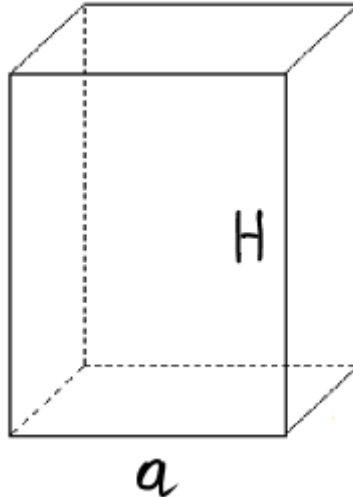
H – długość wysokości



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

b) Graniastosłup prawidłowy czworokątny – w podstawie występuje kwadrat



Wzory na pole całkowite i objętość:

$$P_c = 2 * a^2 + 4 * a * H$$

$$V = a^2 * H$$

a – długość krawędzi podstawy

H – długość wysokości

7. Ostrosłupy prawidłowe:

Wzory do wyznaczenia liczby krawędzi, wierzchołków, ścian:

n – liczba boków w podstawie

n + 1 – liczba wierzchołków

2n – liczba krawędzi

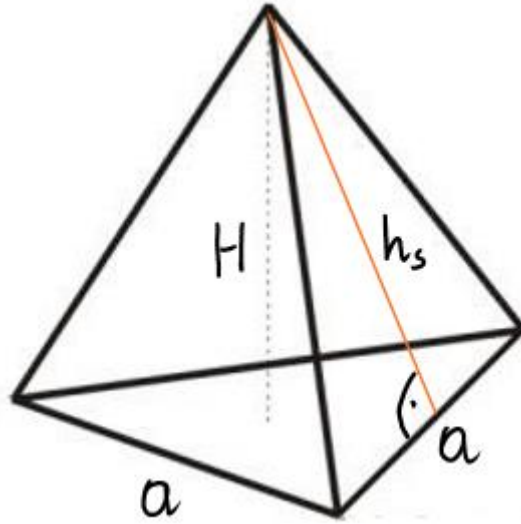
n + 1 – liczba wszystkich ścian ("n" ścian bocznych i jedna podstawa)



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

a) Ostrosłup prawidłowy trójkątny – w podstawie występuje trójkąt równoboczny



$$P_c = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{3 * a * h_s}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} * \frac{a^2\sqrt{3}}{4} * H$$

a – długość krawędzi podstawy

h_s – wysokość ściany bocznej

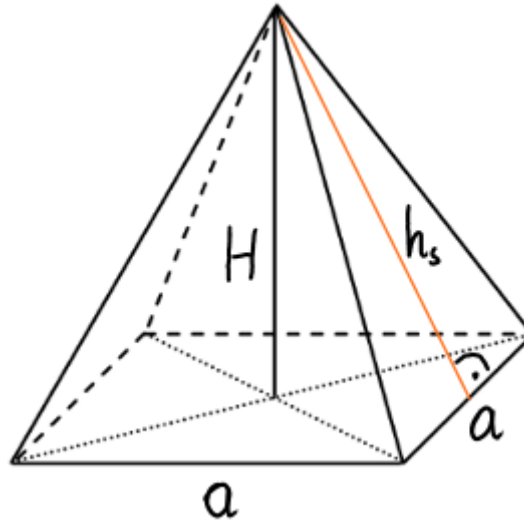
H – długość wysokości



Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

b) Ostrosłup prawidłowy czworokątny – w podstawie występuje kwadrat



Wzory na pole całkowite i objętość:

$$P_c = a^2 + \frac{4 * a * h_s}{2}$$

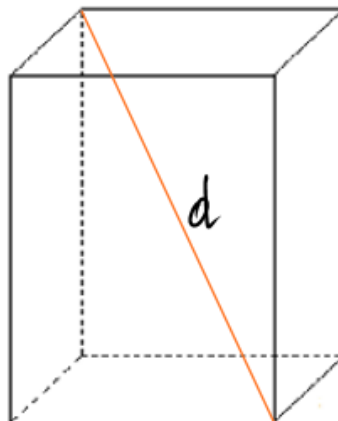
$$V = \frac{1}{3} * a^2 * H$$

a – długość krawędzi podstawy

h_s – wysokość ściany bocznej

H – długość wysokości

8. Przekątna prostopadłościanu – odcinek łączący przeciwległe wierzchołki w graniastostupie. Aby policzyć tę długość - stosuje się twierdzenie Pitagorasa.





Mathmind

„Niezbędna wiedza do napisania egzaminu ósmoklasisty z matematyki” – Grzegorz Pilarski

www.mathmind.pl

Podsumowanie

W opracowaniu powyżej zostały poruszone wszystkie najważniejsze rzeczy, które zawarte są w programie szkoły podstawowej. Jak dotąd był tylko jeden egzamin ósmoklasisty, dlatego też bardzo trudno jest przewidzieć, jakie zadania to „pewniaczki”. W każdym razie, jeśli planujesz iść do liceum i w dodatku zamierzasz kontynuować edukację w klasie o profilu matematycznym lub informatycznym to gorąco Cię zachęcam do opanowania W CAŁOŚCI powyższego materiału. W nowej szkole na pewno będą poruszane te zagadnienia na lekcjach matematyki.