Mathmind

„Maturalne zadania matematyczne z lat 2010-2021 według działów" – Grzegorz Pilarski
www.mathmind.pl

Mathmind

„Maturalne zadania matematyczne z lat 2010-2021 według działów"

AUTOR:

Grzegorz Pilarski

Nowa Sól 2021

Spis treści

Wstęp

W niniejszym opracowaniu przedstawiam wszystkie matematyczne zadania maturalne (zakres podstawowy) z lat 2010-2019. Są one podzielone na 11 głównych działów i 67 poddziałów. Wybór kategorii, jakiego dokonałem opiera się w głównej mierze o moje doświadczenie w rozwiązywaniu tego rodzaju zadań i jest całkowicie subiektywny. Oczywiście występują takie zadania maturalne, których nie można w całości w sposób jednoznaczny przydzielić do określonej podkategorii. W poniższym opracowaniu dotyczy to jedynie zadań otwartych. Napisałem je na niebieskim tle i występują kilkukrotnie (w każdej podkategorii, za którą mogą zostać przyznane punkty). W przypadku zadań zamkniętych przydzielenie jest jednoznaczne mimo tego, że niektóre z zadań mają w sobie elementy kilku podkategorii (uznaję, że wprowadzenie punktów połówkowych, których na maturze nie ma wprowadziłoby za dużo zamieszania). W rozdziale *„Punktacja „turbo-pewniaczków” i „pewniaczków”*” dokładnie przedstawiam częstość występowania i liczbę punktów, jakiej można się spodziewać za te często pojawiające się zadania.

Oznaczenia kolorystyczne stosowane w opracowaniu:

- Tytuł działu – występuje na zielonym tle
- Tytuł poddziału – występuje na fioletowym tle
- Turbo-pewniak – zadania, które co roku się powtarzają (zmieniają się jedynie dane), zaznaczone są na czerwonym tle
- Pewniak – zadania, które często się powtarzają, zaznaczone są na żółtym tle
- Zadanie „rozbite” – niebieskie tło dodałem do zadań, które „rozbiłem” na kilka poddziałów
- **Zadanie 1. (1ptk)** – taką czcionką są zapisywane zadania na „starej maturze”
- **Zadanie 1. (0-1)** – z kolei w ten sposób zapisane są zadania w formie „nowej matury”

1. Liczby rzeczywiste	Procenty
	Potęgi
	Pierwiastki
	Logarytmy
	Wartość bezwzględna
	Wzory skróconego mnożenia
	Wyrażenia algebraiczne
	Usuwanie niewymierności z mianownika
2. Równania i nierówności	Równania
	Nierówności
	Proporcje
	Układy równań
3. Funkcje	Dziedzina
	Miejsce zerowe
	Liczenie wartości funkcji dla argumentu
	Wyznaczanie parametru / współczynnika
	Odczytywanie wartości z wykresu
	Przesuwanie wykresu
4. Funkcja kwadratowa	Miejsca zerowe
	Zbiór wartości
	Monotoniczność
	Wartości max i min
	Współczynniki a, b, c, oraz Δ
	Współrzędne wierzchołka
	Równanie osi symetrii
	Liczenie wartości funkcji dla argumentu
	Wyznaczenie wzoru na podstawie wykresu
	Nierówność kwadratowa
5. Wielomiany	Równanie wielomianowe
	Dodawanie wielomianów
6. Funkcje trygonometryczne	Wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznej kąta
	Wyznaczanie kąta na podstawie funkcji
	Równania i wyrażenia trygonometryczne
7. Ciągi	Ciąg arytmetyczny
	Ciąg geometryczny
	Ciąg niestandardowy

8. Geometria analityczna	Współrzędne środka, początku i końca odcinka
	Długość odcinka
	Kąt nachylenia prostej względem osi OX
	Równanie prostej na podstawie dwóch punktów
	Para prostych równoległych
	Para prostych prostopadłych
	Punkt przecięcia się prostych
	Symetria względem osi X, Y i początku układu współrzędnych
	Punkt przecięcia prostej z osią X lub Y
	Równanie okręgu
9. Planimetria	Podobieństwo i przystawanie figur
	Pola figur
	Kąt środkowy i wpisany
	Wyznaczanie miar kątów
	Trójkąty prostokątne (twierdzenie Pitagorasa)
	Trójkąty ekierki
	Liczba przekątnych
	Warunek istnienia trójkąta
	Suma miar kątów
	Skala podobieństwa
10. Stereometria	Objętości brył
	Pola podstawy, boczne, całkowite, przekrojów
	Rysowanie i liczenie kątów
	Długości boków, przekątnych, wysokości, tworzących itp.
	Wyznaczanie liczby krawędzi, wierzchołków, ścian
	Wyznaczanie wielkości ze wzorów
11. Prawdopodobieństwo i statystyka	Prawdopodobieństwo
	Mediana i dominanta
	Średnia arytmetyczna i ważona
	Działania na zbiorach / liczenie elementów
	Błąd względny i bezwzględny
	Odchylenie standardowe

Liczby rzeczywiste

- Procenty

Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 2. ***(1 pkt)***
Spodnie po obniżce ceny o 30% kosztują 126 zł. Ile kosztowały spodnie przed obniżką?

A. 163,80 zł **B.** 180 zł **C.** 294 zł **D.** 420 zł

Zadanie 2. ***(1 pkt)***
Pierwsza rata, która stanowi 9% ceny roweru, jest równa 189 zł. Rower kosztuje

A. 1701 zł. **B.** 2100 zł. **C.** 1890 zł. **D.** 2091 zł.

Zadanie 1. ***(1 pkt)***
Cenę nart obniżono o 20%, a po miesiącu nową cenę obniżono o dalsze 30%. W wyniku obu obniżek cena nart zmniejszyła się o

A. 44% **B.** 50% **C.** 56% **D.** 60%

Zadanie 2. ***(1 pkt)***
Liczby a i b są dodatnie oraz 12% liczby a jest równe 15% liczby b. Stąd wynika, że a jest równe

A. 103% liczby b **B.** 125% liczby b **C.** 150% liczby b **D.** 153% liczby b

Zadanie 2. ***(1 pkt)***
Jeżeli liczba 78 jest o 50% większa od liczby c, to

A. $c = 60$ **B.** $c = 52$ **C.** $c = 48$ **D.** $c = 39$

Zadanie 3. (0–1)
Kwotę 1000 zł ulokowano w banku na roczną lokatę oprocentowaną w wysokości 4% w stosunku rocznym. Po zakończeniu lokaty od naliczonych odsetek odprowadzany jest podatek w wysokości 19%. Maksymalna kwota, jaką po upływie roku będzie można wypłacić z banku, jest równa

A. $1000\cdot\left(1-\frac{81}{100}\cdot\frac{4}{100}\right)$ **B.** $1000\cdot\left(1+\frac{19}{100}\cdot\frac{4}{100}\right)$

C. $1000\cdot\left(1+\frac{81}{100}\cdot\frac{4}{100}\right)$ **D.** $1000\cdot\left(1-\frac{19}{100}\cdot\frac{4}{100}\right)$

Zadanie 3. (0–1)
Liczby a i c są dodatnie. Liczba b stanowi 48% liczby a oraz 32% liczby c. Wynika stąd, że

A. $c=1,5a$ **B.** $c=1,6a$ **C.** $c=0,8a$ **D.** $c=0,16a$

Zadanie 4. (0–1)
Liczba osobników pewnego zagrożonego wyginięciem gatunku zwierząt wzrosła w stosunku do liczby tych zwierząt z 31 grudnia 2011 r. o 120% i obecnie jest równa 8910. Ile zwierząt liczyła populacja tego gatunku w ostatnim dniu 2011 roku?

A. 4050 **B.** 1782 **C.** 7425 **D.** 7128

Zadanie 4. (0–1)
Cena roweru po obniżce o 15% była równa 850 zł. Przed obniżką ten rower kosztował

A. 865,00 zł **B.** 850,15 zł **C.** 1000,00 zł **D.** 977,50 zł

Zadanie 3. (0–1)
W pewnym banku prowizja od udzielanych kredytów hipotecznych przez cały styczeń była równa 4%. Na początku lutego ten bank obniżył wysokość prowizji od wszystkich kredytów o 1 punkt procentowy. Oznacza to, że prowizja od kredytów hipotecznych w tym banku zmniejszyła się o

A. 1% **B.** 25% **C.** 33% **D.** 75%

Zadanie 4. (0–1)
Cenę x pewnego towaru obniżono o 20% i otrzymano cenę y. Aby przywrócić cenę x, nową cenę y należy podnieść o

A. 25% **B.** 20% **C.** 15% **D.** 12%

Zadanie 2. (0–1)
Liczba 78 stanowi 150% liczby c. Wtedy liczba c jest równa

A. 60 **B.** 52 **C.** 48 **D.** 39

• Potęgi

Pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 3. ***(1 pkt)***

Liczba $\left(\frac{2^{-2}\cdot 3^{-1}}{2^{-1}\cdot 3^{-2}}\right)^0$ jest równa

A. 1 **B.** 4 **C.** 9 **D.** 36

Zadanie 2. ***(1 pkt)***

Liczba $\sqrt[3]{(-8)^{-1}}\cdot 16^{\frac{3}{4}}$ jest równa

A. -8 **B.** -4 **C.** 2 **D.** 4

Zadanie 31. ***(2 pkt)***
Wykaż, że liczba $6^{100}-2\cdot 6^{99}+10\cdot 6^{98}$ jest podzielna przez 17.

Zadanie 21. ***(1 pkt)***

Liczba $\left(\dfrac{1}{\left(\sqrt[3]{729}+\sqrt[4]{256}+2\right)^{0}}\right)^{-2}$ jest równa

A. $\frac{1}{225}$ **B.** $\frac{1}{15}$ **C.** 1 **D.** 15

Zadanie 1. (0–1)

Dla każdej dodatniej liczby a iloraz $\frac{a^{-2,6}}{a^{1,3}}$ jest równy

A. $a^{-3,9}$ **B.** a^{-2} **C.** $a^{-1,3}$ **D.** $a^{1,3}$

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $5^{8}\cdot 16^{-2}$ jest równa

A. $\left(\frac{5}{2}\right)^{8}$ **B.** $\frac{5}{2}$ **C.** 10^{8} **D.** 10

Zadanie 27. (0–2)

Wykaż, że liczba $4^{2017}+4^{2018}+4^{2019}+4^{2020}$ jest podzielna przez 17.

Zadanie 3. (0–1)

Dane są liczby $a=3,6\cdot 10^{-12}$ oraz $b=2,4\cdot 10^{-20}$. Wtedy iloraz $\frac{a}{b}$ jest równy

A. $8,64\cdot 10^{-32}$ **B.** $1,5\cdot 10^{-8}$ **C.** $1,5\cdot 10^{8}$ **D.** $8,64\cdot 10^{32}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba naturalna $n=2^{14}\cdot 5^{15}$ w zapisie dziesiętnym ma

A. 14 cyfr **B.** 15 cyfr **C.** 16 cyfr **D.** 30 cyfr

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\frac{2^{50} \cdot 3^{40}}{36^{10}}$ jest równa

A. 6^{70} **B.** 6^{45} **C.** $2^{30} \cdot 3^{20}$ **D.** $2^{10} \cdot 3^{20}$

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $100^5 \cdot (0{,}1)^{-6}$ jest równa

A. 10^{13} **B.** 10^{16} **C.** 10^{-1} **D.** 10^{-30}

- Pierwiastki

Zadanie 23. ***(1 pkt)***

Liczba $\frac{\sqrt{50}-\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ jest równa

A. $2\sqrt{2}$ **B.** 2 **C.** 4 **D.** $\sqrt{10}-\sqrt{6}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{2}$ jest równa

A. $\sqrt[3]{52}$ **B.** 3 **C.** $2\sqrt[3]{2}$ **D.** 2

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\sqrt[3]{\frac{7}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{81}{56}}$ jest równa

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{3}{2\sqrt[3]{21}}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** $\frac{9}{4}$

● Logarytmy

Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 4. *(1 pkt)*
Liczba $\log_4 8 + \log_4 2$ jest równa

A. 1 **B.** 2 **C.** $\log_4 6$ **D.** $\log_4 10$

Zadanie 8. *(1 pkt)*
Wyrażenie $\log_4(2x-1)$ jest określone dla wszystkich liczb x spełniających warunek

A. $x \le \frac{1}{2}$ **B.** $x > \frac{1}{2}$ **C.** $x \le 0$ **D.** $x > 0$

Zadanie 4. *(1 pkt)*
Iloczyn $2 \cdot \log_{\frac{1}{3}} 9$ jest równy

A. -6 **B.** -4 **C.** -1 **D.** 1

Zadanie 3. *(1 pkt)*
Liczba $\log 100 - \log_2 8$ jest równa

A. -2 **B.** -1 **C.** 0 **D.** 1

Zadanie 4.*(1 pkt)*
Suma $\log_8 16 + 1$ jest równa

A. 3 **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\log_8 17$ **D.** $\frac{7}{3}$

Zadanie 2. (0–1)

Dane są liczby $a=-\frac{1}{27}$, $b=\log_{\frac{1}{4}} 64$, $c=\log_{\frac{1}{3}} 27$. Iloczyn abc jest równy

A. -9 **B.** $-\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** 3

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\log_{\sqrt{2}}\left(2\sqrt{2}\right)$ jest równa

A. $\frac{3}{2}$ **B.** 2 **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** 3

Zadanie 31. (0–2)

Skala Richtera służy do określania siły trzęsień ziemi. Siła ta opisana jest wzorem $R=\log\frac{A}{A_0}$, gdzie A oznacza amplitudę trzęsienia wyrażoną w centymetrach, $A_0=10^{-4}$ cm jest stałą, nazywaną amplitudą wzorcową. 5 maja 2014 roku w Tajlandii miało miejsce trzęsienie ziemi o sile 6,2 w skali Richtera. Oblicz amplitudę trzęsienia ziemi w Tajlandii i rozstrzygnij, czy jest ona większa, czy – mniejsza od 100 cm.

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $2\log_2 3-2\log_2 5$ jest równa

A. $\log_2\frac{9}{25}$ **B.** $\log_2\frac{3}{5}$ **C.** $\log_2\frac{9}{5}$ **D.** $\log_2\frac{6}{25}$

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $2\log_3 6-\log_3 4$ jest równa

A. 4 **B.** 2 **C.** $2\log_3 2$ **D.** $\log_3 8$

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_{\sqrt{2}} 2$ jest równa

A. 2 **B.** 4 **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\log_5 \sqrt{125}$ jest równa

A. $\frac{2}{3}$ **B.** 2 **C.** 3 **D.** $\frac{3}{2}$

Zadanie 4. (0–1)

Suma $2\log\sqrt{10} + \log 10^3$ jest równa

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

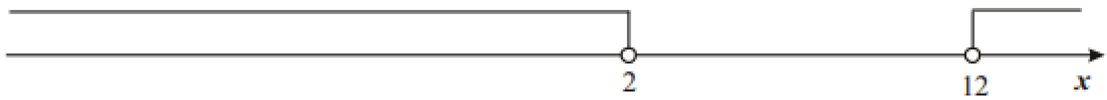
● Wartość bezwzględna

Zadanie 1. ***(1 pkt)***

Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony zbiór rozwiązań nierówności $|x+7|>5$.

A.

B.



C.

D.

Zadanie 1. ***(1 pkt)***

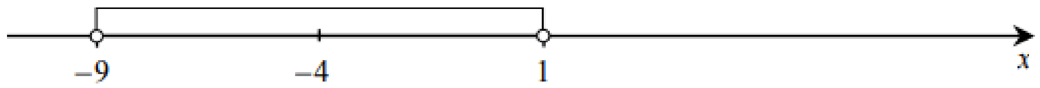
Wskaż nierówność, którą spełnia liczba π.

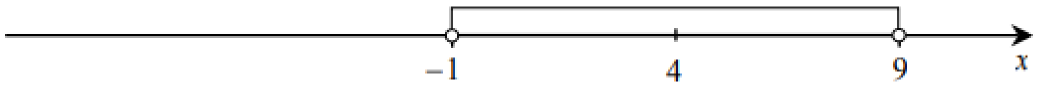
A. $|x+1|>5$ **B.** $|x-1|<2$ **C.** $\left|x+\frac{2}{3}\right|\le 4$ **D.** $\left|x-\frac{1}{3}\right|\ge 3$

Zadanie 5. ***(1 pkt)***
Wskaż liczbę, która spełnia równanie $|3x+1|=4x$.

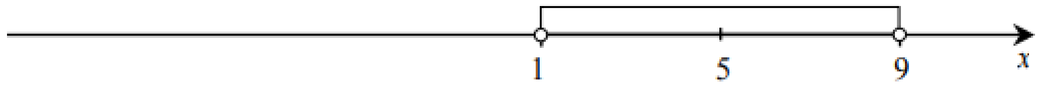
A. $x=-1$ **B.** $x=1$ **C.** $x=2$ **D.** $x=-2$

Zadanie 1. ***(1 pkt)***
Wskaż rysunek, na którym zaznaczony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność $|x+4|<5$.

A.


B.


C.


D.


● Wzory skróconego mnożenia

Pewniak – zadania otwarte

Zadanie 30. ***(2 pkt)***

Wykaż, że jeśli $a>0$, to $\frac{a^2+1}{a+1} \geq \frac{a+1}{2}$.

Zadanie 3. ***(1 pkt)***
Liczba $\left(3-\sqrt{2}\right)^2+4\left(2-\sqrt{2}\right)$ jest równa

A. $19-10\sqrt{2}$ **B.** $17-4\sqrt{2}$ **C.** $15+14\sqrt{2}$ **D.** $19+6\sqrt{2}$

Zadanie 7. ***(1 pkt)***
Dla każdej liczby rzeczywistej x, wyrażenie $4x^2-12x+9$ jest równe

A. $(4x+3)(x+3)$ **B.** $(2x-3)(2x+3)$ **C.** $(2x-3)(2x-3)$ **D.** $(x-3)(4x-3)$

Zadanie 27. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność $4x^2 - 8xy + 5y^2 \geq 0$.

Zadanie 4. (0–1)

Równość $\left(2\sqrt{2} - a\right)^2 = 17 - 12\sqrt{2}$ jest prawdziwa dla

A. $a = 3$ **B.** $a = 1$ **C.** $a = -2$ **D.** $a = -3$

Zadanie 5. (0–1)

Równość $\left(x\sqrt{2} - 2\right)^2 = \left(2 + \sqrt{2}\right)^2$ jest

A. prawdziwa dla $x = -\sqrt{2}$.

B. prawdziwa dla $x = \sqrt{2}$.

C. prawdziwa dla $x = -1$.

D. fałszywa dla każdej liczby x.

Zadanie 28. (0–2)

Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b prawdziwa jest nierówność

$$\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} \geq \frac{2}{a+b}.$$

Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

$$3a^2 - 2ab + 3b^2 \geq 0.$$

Zadanie 1. (0–1)

Wartość wyrażenia $x^2 - 6x + 9$ dla $x = \sqrt{3} + 3$ jest równa

A. 1 **B.** 3 **C.** $1 + 2\sqrt{3}$ **D.** $1 - 2\sqrt{3}$

Zadanie 28. (0–2)
Wykaż, że dla każdych dwóch różnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

$$a(a-2b)+2b^2>0.$$

● Wyrażenia algebraiczne

Zadanie 3. ***(1 pkt)***
Wyrażenie $5a^2-10ab+15a$ jest równe iloczynowi

A. $5a^2(1-10b+3)$ **B.** $5a(a-2b+3)$ **C.** $5a(a-10b+15)$ **D.** $5(a-2b+3)$

Zadanie 27. ***(2 pkt)***
Uzasadnij, że jeśli liczby rzeczywiste a, b, c spełniają nierówności $0<a<b<c$, to $\frac{a+b+c}{3}>\frac{a+b}{2}$.

Zadanie 9. ***(1 pkt)***
Dla każdej liczby x, spełniającej warunek $-3<x<0$, wyrażenie $\frac{|x+3|-x+3}{x}$ jest równe

A. 2 **B.** 3 **C.** $-\frac{6}{x}$ **D.** $\frac{6}{x}$

Zadanie 28. ***(2 pkt)***
Udowodnij, że każda liczba całkowita k, która przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2, ma tę własność, że reszta z dzielenia liczby $3k^2$ przez 7 jest równa 5.

Zadanie 30. (0–2)
Wykaż, że dla każdych trzech dodatnich liczb a, b i c takich, że $a<b$, spełniona jest nierówność

$$\frac{a}{b}<\frac{a+c}{b+c}$$

● Usuwanie niewymierności z mianownika

Zadanie 3. ***(1 pkt)***

Wartość wyrażenia $\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\frac{2}{\sqrt{3}+1}$ jest równa

A. -2 **B.** $-2\sqrt{3}$ **C.** 2 **D.** $2\sqrt{3}$

● „Zadania mieszane"

Zadanie 28. ***(2 pkt)***

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z takich, że $x+y+z=0$, prawdziwa jest nierówność $xy+yz+zx\le 0$.

Możesz skorzystać z tożsamości $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz$.

Wzory skróconego mnożenia – 1ptk, wyrażenia algebraiczne – 1ptk

Zadanie 30. (0–2)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n=2n^2+2n$ dla $n\ge 1$. Wykaż, że suma każdych dwóch kolejnych wyrazów tego ciągu jest kwadratem liczby naturalnej.

Wzory skróconego mnożenia – 1ptk, wyrażenia algebraiczne –1ptk

Równania i nierówności

● Równania

Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 5. ***(1 pkt)***
Rozwiązanie równania $x(x+3)-49=x(x-4)$ należy do przedziału

A. $(-\infty,3)$ **B.** $(10,+\infty)$ **C.** $(-5,-1)$ **D.** $(2,+\infty)$

Zadanie 16. ***(1 pkt)***
Liczba rzeczywistych rozwiązań równania $(x+1)(x+2)(x^2+3)=0$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Zadanie 5. ***(1 pkt)***
Wspólnym pierwiastkiem równań $(x^2-1)(x-10)(x-5)=0$ oraz $\frac{2x-10}{x-1}=0$ jest liczba

A. -1 **B.** 1 **C.** 5 **D.** 10

Zadanie 10. ***(1 pkt)***
Pierwiastki x_1, x_2 równania $2(x+2)(x-2)=0$ spełniają warunek

A. $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-1$ **B.** $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=0$ **C.** $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{2}$

Zadanie 6. (0–1)

Suma wszystkich pierwiastków równania $(x+3)(x+7)(x-11)=0$ jest równa

A. -1 **B.** 21 **C.** 1 **D.** -21

Zadanie 7. (0–1)

Równanie $\frac{x-1}{x+1}=x-1$

A. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=1$.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=0$.
C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=-1$.
D. ma dokładnie dwa rozwiązania: $x=0$, $x=1$.

Zadanie 9. (0–1)

Równanie wymierne $\frac{3x-1}{x+5}=3$, gdzie $x\neq -5$,

A. nie ma rozwiązań rzeczywistych.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
C. ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.
D. ma dokładnie trzy rozwiązania rzeczywiste.

Zadanie 8. (0–1)

Równanie $x\left(x^2-4\right)\left(x^2+4\right)=0$ z niewiadomą x

A. nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.
B. ma dokładnie dwa rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych.
C. ma dokładnie trzy rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych.
D. ma dokładnie pięć rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Zadanie 7. (0–1)

Równanie $\frac{x^2+2x}{x^2-4}=0$

A. ma trzy rozwiązania: $x=-2$, $x=0$, $x=2$
B. ma dwa rozwiązania: $x=0$, $x=-2$
C. ma dwa rozwiązania: $x=-2$, $x=2$
D. ma jedno rozwiązanie: $x=0$

Zadanie 4. (0–1)

Równość $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{a}=1$ jest prawdziwa dla

A. $a=\frac{11}{20}$ **B.** $a=\frac{8}{9}$ **C.** $a=\frac{9}{8}$ **D.** $a=\frac{20}{11}$

Zadanie 6. (0–1)

Równanie $\frac{(x-1)(x+2)}{x-3}=0$

A. ma trzy różne rozwiązania: $x=1, x=3, x=-2$.
B. ma trzy różne rozwiązania: $x=-1, x=-3, x=2$.
C. ma dwa różne rozwiązania: $x=1, x=-2$.
D. ma dwa różne rozwiązania: $x=-1, x=2$.

Zadanie 6. (0–1)

Suma wszystkich rozwiązań równania $x(x-3)(x+2)=0$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 10. (0–1)

Równanie $x(x-2)=(x-2)^2$ w zbiorze liczb rzeczywistych

A. nie ma rozwiązań.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=2$.
C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=0$.
D. ma dwa różne rozwiązania: $x=1$ i $x=2$.

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $(x^2-1)(x^2-2x)=0$.

Zadanie 5. (0–1)

Różnica $0,(3)-\frac{23}{33}$ jest równa

A. $-0,(39)$ **B.** $-\frac{39}{100}$ **C.** $-0,36$ **D.** $-\frac{4}{11}$

Zadanie 32. (0–2)
Rozwiąż równanie:

$$\frac{3x+2}{3x-2} = 4 - x$$

• Nierówności

Pewniak – zadania zamknięte

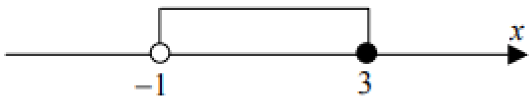
Zadanie 6. *(1 pkt)*

Najmniejszą liczbą całkowitą należącą do zbioru rozwiązań nierówności $\frac{3}{8}+\frac{x}{6}<\frac{5x}{12}$ jest

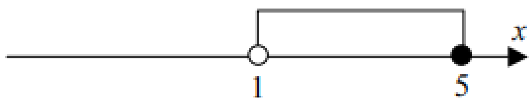
A. 1 **B.** 2 **C.** -1 **D.** -2

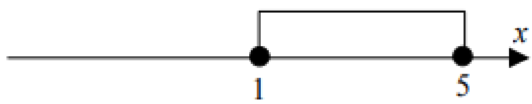
Zadanie 7. *(1 pkt)*

Wskaż, który zbiór przedstawiony na osi liczbowej jest zbiorem liczb spełniających jednocześnie następujące nierówności: $3(x-1)(x-5)\le 0$ i $x>1$.

A.


B.


C.


D.


Zadanie 10. *(1 pkt)*

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $\frac{x}{2}\le\frac{2x}{3}+\frac{1}{4}$ jest

A. -2 **B.** -1 **C.** 0 **D.** 1

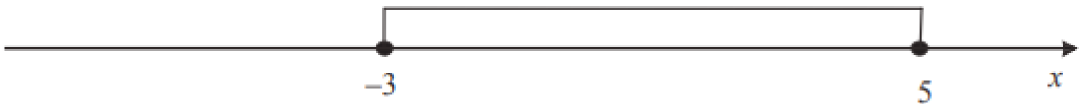
Zadanie 1. (0–1)

Wskaż rysunek, na którym przedstawiono przedział, będący zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $-4 \le x-1 \le 4$.

A.

B.

C.



D.

Zadanie 12. (0–1)

Ile liczb całkowitych x spełnia nierówność $\frac{2}{7} < \frac{x}{14} < \frac{4}{3}$?

A. 14 **B.** 15 **C.** 16 **D.** 17

Zadanie 5. (0–1)

Jedną z liczb, które spełniają nierówność $-x^5 + x^3 - x < -2$, jest

A. 1 **B.** -1 **C.** 2 **D.** -2

Zadanie 6. (0–1)

Do zbioru rozwiązań nierówności $(x^4+1)(2-x) > 0$ <u>nie należy</u> liczba

A. -3 **B.** -1 **C.** 1 **D.** 3

Zadanie 7. (0–1)

Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony zbiór wszystkich rozwiązań nierówności $2-3x \geq 4$.

A.

B.

C.

D.

Zadanie 5. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{1-2x}{2} > \frac{1}{3}$ jest przedział

A. $\left(-\infty, \frac{1}{6}\right)$ **B.** $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ **C.** $\left(\frac{1}{6}, +\infty\right)$ **D.** $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

Zadanie 5. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $3(1-x) > 2(3x-1)-12x$ jest przedział

A. $\left(-\frac{5}{3}, +\infty\right)$ **B.** $\left(-\infty, \frac{5}{3}\right)$ **C.** $\left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$ **D.** $\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right)$

Zadanie 6. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{2-x}{2} - 2x \geq 1$ jest przedział

A. $\langle 0, +\infty)$ **B.** $(-\infty, 0\rangle$ **C.** $(-\infty, 5\rangle$ **D.** $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right\rangle$

● Proporcje

Zadanie 6. ***(1 pkt)***

Rozwiązaniem równania $\frac{3x-1}{7x+1}=\frac{2}{5}$ jest

A. 1 **B.** $\frac{7}{3}$ **C.** $\frac{4}{7}$ **D.** 7

Zadanie 4. (0–1)

Równość $\frac{m}{5-\sqrt{5}}=\frac{5+\sqrt{5}}{5}$ zachodzi dla

A. $m=5$ **B.** $m=4$ **C.** $m=1$ **D.** $m=-5$

● Układy równań

Pewniak – zadania zamknięte

W latach 2010-2014 zawsze pojawiało się zadanie za 5ptk z tego działu, na nowej maturze nie wystąpiło ani razu.

Zadanie 34. ***(5 pkt)***

W dwóch hotelach wybudowano prostokątne baseny. Basen w pierwszym hotelu ma powierzchnię 240 m^2. Basen w drugim hotelu ma powierzchnię 350 m^2 oraz jest o 5 m dłuższy i 2 m szerszy niż w pierwszym hotelu. Oblicz, jakie wymiary mogą mieć baseny w obu hotelach. Podaj wszystkie możliwe odpowiedzi.

Zadanie 4. ***(1 pkt)***

Układ równań $\begin{cases} 4x+2y=10 \\ 6x+ay=15 \end{cases}$ ma nieskończenie wiele rozwiązań, jeśli

A. $a=-1$ **B.** $a=0$ **C.** $a=2$ **D.** $a=3$

Zadanie 25. ***(2 pkt)***

Uzasadnij, że jeżeli $a+b=1$ i $a^2+b^2=7$, to $a^4+b^4=31$.

Zadanie 32. ***(5 pkt)***
Pewien turysta pokonał trasę 112 km, przechodząc każdego dnia tę samą liczbę kilometrów. Gdyby mógł przeznaczyć na tę wędrówkę o 3 dni więcej, to w ciągu każdego dnia mógłby przechodzić o 12 km mniej. Oblicz, ile kilometrów dziennie przechodził ten turysta.

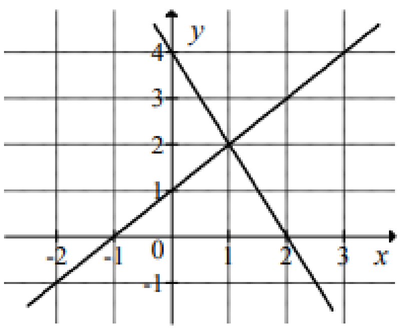
Zadanie 34. ***(5 pkt)***
Miasto A i miasto B łączy linia kolejowa długości 210 km. Średnia prędkość pociągu pospiesznego na tej trasie jest o 24 km/h większa od średniej prędkości pociągu osobowego. Pociąg pospieszny pokonuje tę trasę o 1 godzinę krócej niż pociąg osobowy. Oblicz czas pokonania tej drogi przez pociąg pospieszny.

Zadanie 4. ***(1 pkt)***
Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 5x+3y=3 \\ 8x-6y=48 \end{cases}$ jest para liczb

A. $x=-3$ i $y=4$ **B.** $x=-3$ i $y=6$ **C.** $x=3$ i $y=-4$ **D.** $x=9$ i $y=4$

Zadanie 34. ***(5 pkt)***
Dwa miasta łączy linia kolejowa o długości 336 kilometrów. Pierwszy pociąg przebył tę trasę w czasie o 40 minut krótszym niż drugi pociąg. Średnia prędkość pierwszego pociągu na tej trasie była o 9 km/h większa od średniej prędkości drugiego pociągu. Oblicz średnią prędkość każdego z tych pociągów na tej trasie.

Zadanie 1. ***(1 pkt)***
Na rysunku przedstawiono geometryczną interpretację jednego z niżej zapisanych układów równań.



Wskaż ten układ.

A. $\begin{cases} y=x+1 \\ y=-2x+4 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} y=x-1 \\ y=2x+4 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} y=x-1 \\ y=-2x+4 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} y=x+1 \\ y=2x+4 \end{cases}$

Zadanie 33. ***(5 pkt)***
Turysta zwiedzał zamek stojący na wzgórzu. Droga łącząca parking z zamkiem ma długość 2,1 km. Łączny czas wędrówki turysty z parkingu do zamku i z powrotem, nie licząc czasu poświęconego na zwiedzanie, był równy 1 godzinę i 4 minuty. Oblicz, z jaką średnią prędkością turysta wchodził na wzgórze, jeżeli prędkość ta była o 1 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ mniejsza od średniej prędkości, z jaką schodził ze wzgórza.

Zadanie 5. (0–1)
Układ równań $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x+0,5y=4 \end{cases}$ opisuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie

A. zbiór pusty.
B. dokładnie jeden punkt.
C. dokładnie dwa różne punkty.
D. zbiór nieskończony.

Zadanie 31. (0–2)
Jeżeli do licznika i do mianownika nieskracalnego dodatniego ułamka dodamy połowę jego licznika, to otrzymamy $\frac{4}{7}$, a jeżeli do licznika i do mianownika dodamy 1, to otrzymamy $\frac{1}{2}$.
Wyznacz ten ułamek.

Zadanie 6. (0–1)
Proste o równaniach $2x-3y=4$ i $5x-6y=7$ przecinają się w punkcie P. Stąd wynika, że

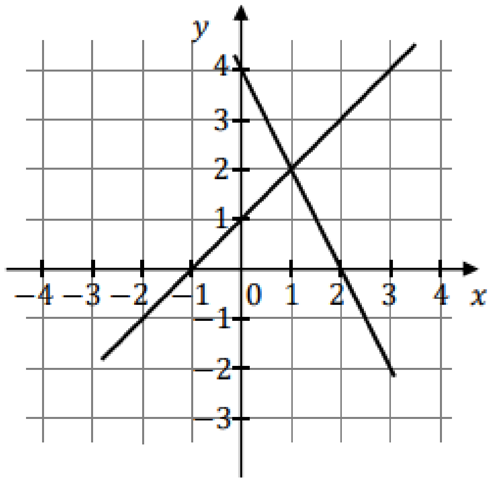
A. $P=(1,2)$ **B.** $P=(-1,2)$ **C.** $P=(-1,-2)$ **D.** $P=(1,-2)$

Zadanie 5. (0–1)
Para liczb $x=2$ i $y=2$ jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} ax+y=4 \\ -2x+3y=2a \end{cases}$ dla

A. $a=-1$ **B.** $a=1$ **C.** $a=-2$ **D.** $a=2$

Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku obok przedstawiono geometryczną interpretację jednego z niżej zapisanych układów równań. Wskaż ten układ, którego geometryczną interpretację przedstawiono na rysunku.



A. $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

Funkcje

• Dziedzina funkcji – brak zadań

• Miejsce zerowe

Pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 10 *(1 pkt)*

Funkcja liniowa określona jest wzorem $f(x)=-\sqrt{2}x+4$. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba

A. $-2\sqrt{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ **D.** $2\sqrt{2}$

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja liniowa f określona wzorem $f(x)=2x+b$ ma takie samo miejsce zerowe, jakie ma funkcja liniowa $g(x)=-3x+4$. Stąd wynika, że

A. $b=4$ **B.** $b=-\frac{3}{2}$ **C.** $b=-\frac{8}{3}$ **D.** $b=\frac{4}{3}$

Zadanie 8. (0–1)

Dana jest funkcja liniowa $f(x)=\frac{3}{4}x+6$. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba

A. 8 **B.** 6 **C.** -6 **D.** -8

Zadanie 9. (0–1)

Miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x)=\sqrt{3}(x+1)-12$ jest liczba

A. $\sqrt{3}-4$ **B.** $-2\sqrt{3}+1$ **C.** $4\sqrt{3}-1$ **D.** $-\sqrt{3}+12$

Zadanie 7. (0–1)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x)=3(x+1)-6\sqrt{3}$ jest liczba

A. $3-6\sqrt{3}$ **B.** $1-6\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{3}-1$ **D.** $2\sqrt{3}-\frac{1}{3}$

● Liczenie wartości funkcji dla argumentu

Zadanie 8. ***(1 pkt)***

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x)=ax+6$, gdzie $a>0$. Wówczas spełniony jest warunek

A. $f(1)>1$ **B.** $f(2)=2$ **C.** $f(3)<3$ **D.** $f(4)=4$

Zadanie 22. ***(1 pkt)***

Do wykresu funkcji, określonej dla wszystkich liczb rzeczywistych wzorem $y=-2^{x-2}$, należy punkt

A. $A=(1,-2)$ **B.** $B=(2,-1)$ **C.** $C=\left(1,\frac{1}{2}\right)$ **D.** $D=(4,4)$

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x)=\frac{2x^3}{x^6+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wtedy $f\left(-\sqrt[3]{3}\right)$ jest równa

A. $-\frac{\sqrt[3]{9}}{2}$ **B.** $-\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$

Zadanie 8. (0–1)

Funkcja liniowa f określona jest wzorem $f(x)=\frac{1}{3}x-1$, dla wszystkich liczb rzeczywistych x. Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Funkcja f jest malejąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P=\left(0,\frac{1}{3}\right)$.

B. Funkcja f jest malejąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P=(0,-1)$.

C. Funkcja f jest rosnąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P=\left(0,\frac{1}{3}\right)$.

D. Funkcja f jest rosnąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P=(0,-1)$.

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=4^{-x}+1$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Liczba $f\left(\frac{1}{2}\right)$ jest równa

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** 3 **D.** 17

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\frac{x^2}{2x-2}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$. Wtedy dla argumentu $x=\sqrt{3}-1$ wartość funkcji f jest równa

A. $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ **B.** -1 **C.** 1 **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$

Zadanie 11. (0–1)

Do wykresu funkcji f określonej dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x)=3^x-2$ należy punkt o współrzędnych

A. $(-1,-5)$ **B.** $(0,-2)$ **C.** $(0,-1)$ **D.** $(2,4)$

• Wyznaczanie parametru / współczynnika

Pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 9. ***(1 pkt)***

Prosta o równaniu $y=-2x+(3m+3)$ przecina w układzie współrzędnych oś Oy w punkcie $(0,2)$. Wtedy

A. $m=-\frac{2}{3}$ **B.** $m=-\frac{1}{3}$ **C.** $m=\frac{1}{3}$ **D.** $m=\frac{5}{3}$

Zadanie 5. ***(1 pkt)***

Punkt $A=(0,1)$ leży na wykresie funkcji liniowej $f(x)=(m-2)x+m-3$. Stąd wynika, że

A. $m=1$ **B.** $m=2$ **C.** $m=3$ **D.** $m=4$

Zadanie 6. ***(1 pkt)***

Funkcja liniowa $f(x) = (m^2 - 4)x + 2$ jest malejąca, gdy

A. $m \in \{-2, 2\}$ **B.** $m \in (-2, 2)$ **C.** $m \in (-\infty, -2)$ **D.** $m \in (2, +\infty)$

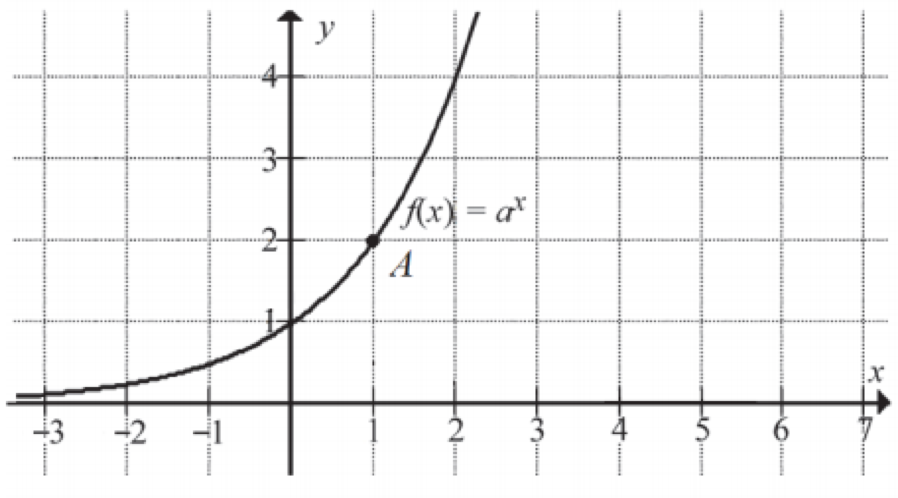
Zadanie 9. (0–1)

Na wykresie funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = (m-1)x + 3$ leży punkt $S = (5, -2)$. Zatem

A. $m = -1$ **B.** $m = 0$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = 2$

Zadanie 11. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji wykładniczej f określonej wzorem $f(x) = a^x$. Punkt $A = (1, 2)$ należy do tego wykresu funkcji.



Podstawa a potęgi jest równa

A. $-\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** -2 **D.** 2

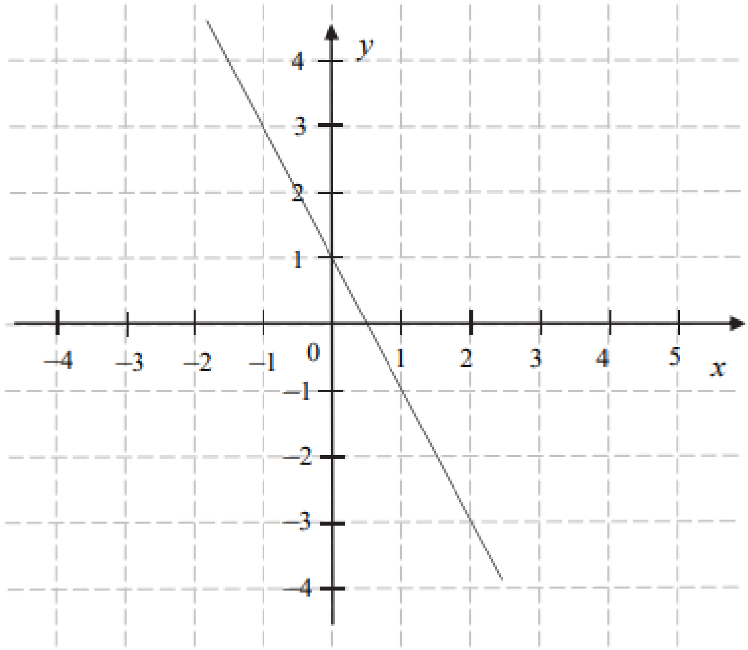
Zadanie 10. (0–1)

Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = ax + b$, a punkt $M = (3, -2)$ należy do wykresu tej funkcji. Współczynnik a we wzorze tej funkcji jest równy

A. 1 **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $-\frac{3}{2}$ **D.** -1

Zadanie 11. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = ax + b$.



Współczynniki a oraz b we wzorze funkcji f spełniają zależność

A. $a+b>0$ **B.** $a+b=0$ **C.** $a \cdot b>0$ **D.** $a \cdot b<0$

Zadanie 16. (0–1)

Punkt $A=\left(\frac{1}{3},-1\right)$ należy do wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x)=3x+b$. Wynika stąd, że

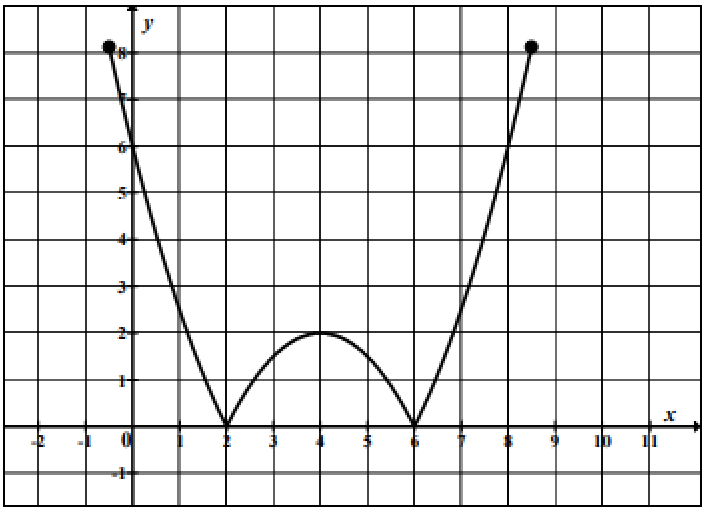
A. $b=2$ **B.** $b=1$ **C.** $b=-1$ **D.** $b=-2$

Zadanie 31. (0–2)

Funkcja liniowa f przyjmuje wartość 2 dla argumentu 0, a ponadto $f(4) - f(2) = 6$. Wyznacz wzór funkcji f.

● Odczytywanie wartości z wykresu

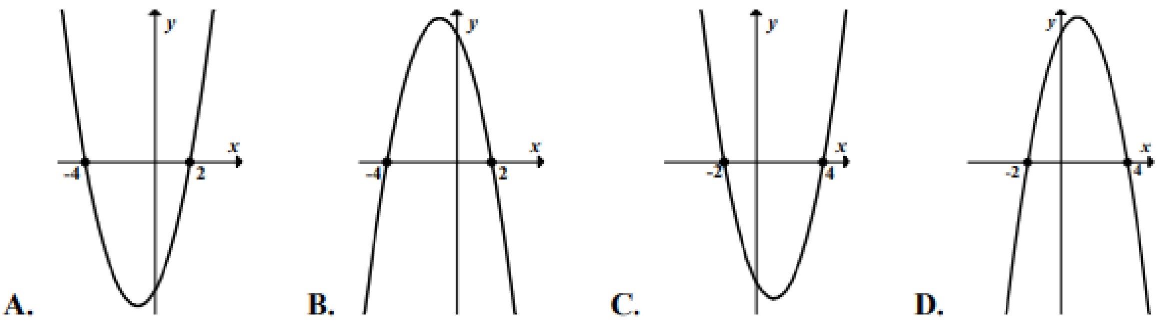
Zadanie 10. ***(1 pkt)***
Na rysunku jest przedstawiony wykres funkcji $y = f(x)$.



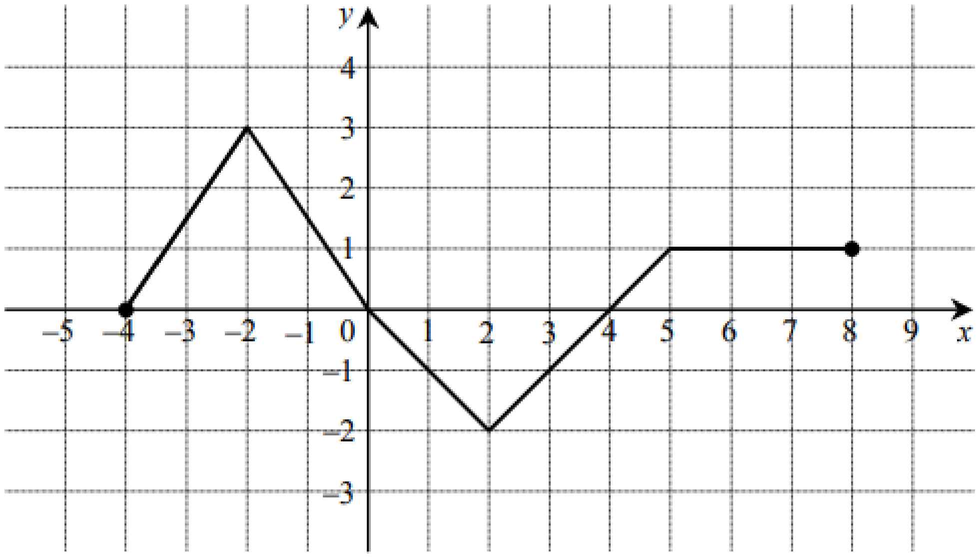
Które równanie ma dokładnie trzy rozwiązania?

A. $f(x) = 0$ **B.** $f(x) = 1$ **C.** $f(x) = 2$ **D.** $f(x) = 3$

Zadanie 9. ***(1 pkt)***
Dane są funkcje liniowe $f(x) = x - 2$ oraz $g(x) = x + 4$ określone dla wszystkich liczb rzeczywistych x. Wskaż, który z poniższych wykresów jest wykresem funkcji $h(x) = f(x) \cdot g(x)$.



Zadanie 26. ***(2 pkt)***
Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f.

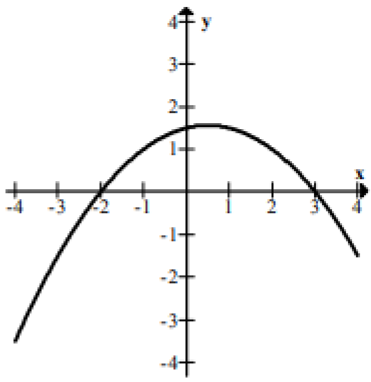


Odczytaj z wykresu i zapisz:

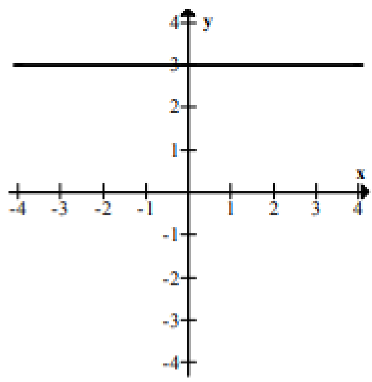
a) zbiór wartości funkcji f,
b) przedział maksymalnej długości, w którym funkcja f jest malejąca.

Zadanie 9. ***(1 pkt)***
Wskaż wykres funkcji, która w przedziale $\langle -4, 4 \rangle$ ma dokładnie jedno miejsce zerowe.

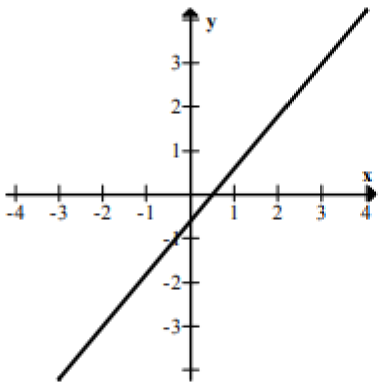
A.



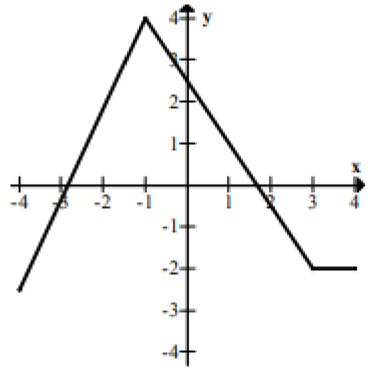
B.



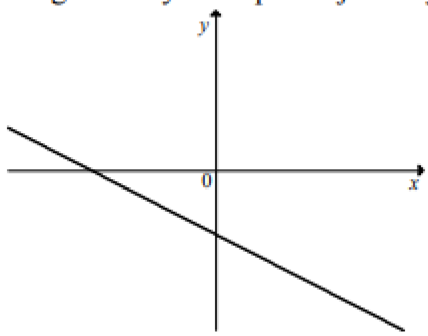
C.



D.



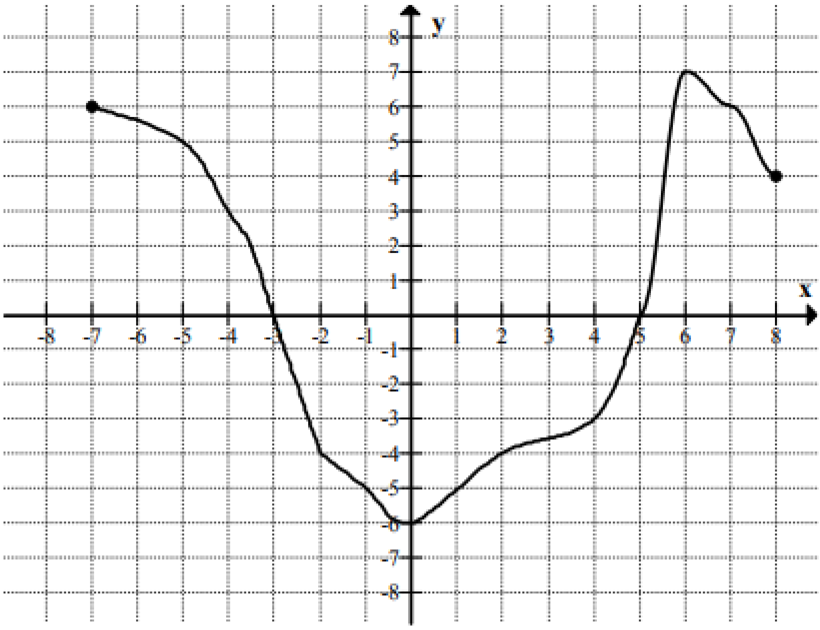
Zadanie 9. ***(1 pkt)***
Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu pewnej funkcji liniowej $y = ax + b$.



Jakie znaki mają współczynniki a i b?

A. $a < 0$ i $b < 0$ **B.** $a < 0$ i $b > 0$ **C.** $a > 0$ i $b < 0$ **D.** $a > 0$ i $b > 0$

Zadanie 29. ***(2 pkt)***
Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji $f(x)$ określonej dla $x \in \langle -7, 8 \rangle$.

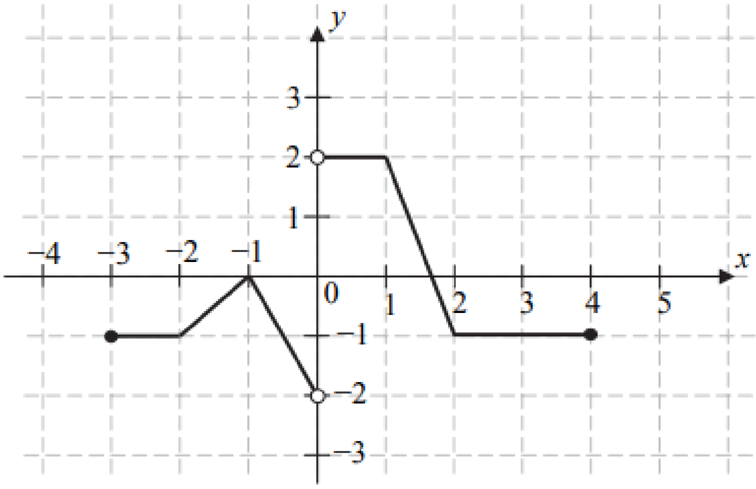


Odczytaj z wykresu i zapisz:
a) największą wartość funkcji f ,

b) zbiór rozwiązań nierówności $f(x) < 0$.

Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f.

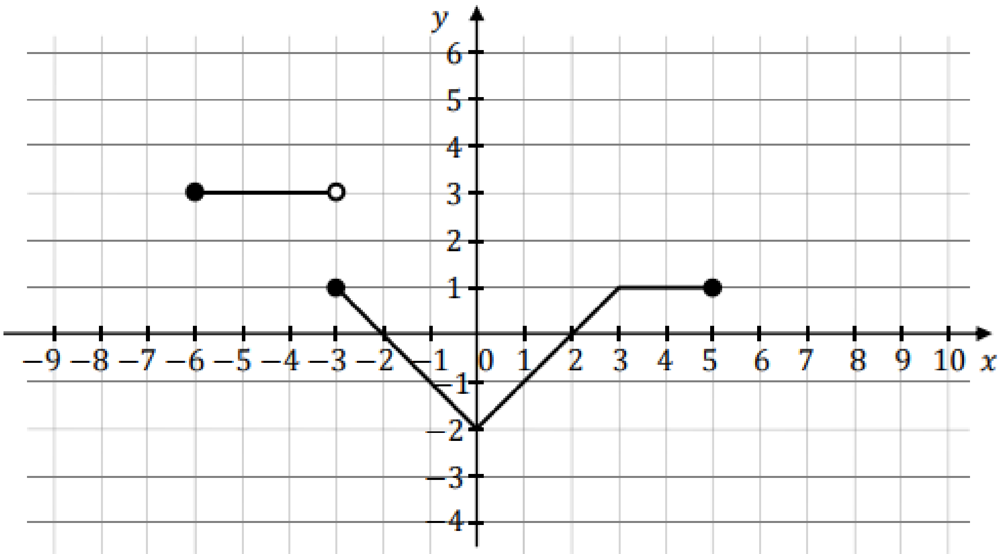


Zbiorem wartości funkcji f jest

A. $(-2, 2)$ **B.** $\langle -2, 2)$ **C.** $\langle -2, 2\rangle$ **D.** $(-2, 2\rangle$

Zadanie 7. (0–1)

Na poniższym rysunku przedstawiono wykres funkcji f określonej w zbiorze $\langle -6, 5\rangle$.



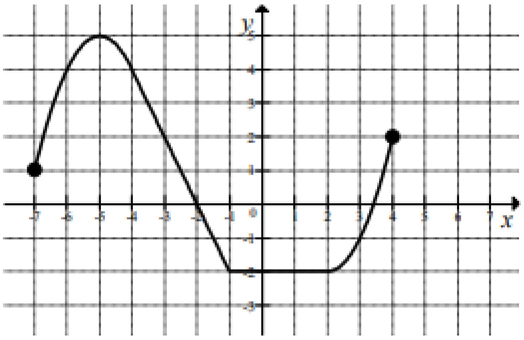
Funkcja g jest określona wzorem $g(x) = f(x) - 2$ dla $x \in \langle -6, 5\rangle$. Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Liczba $f(2) + g(2)$ jest równa (-2).
B. Zbiory wartości funkcji f i g są równe.
C. Funkcje f i g mają te same miejsca zerowe.
D. Punkt $P = (0, -2)$ należy do wykresów funkcji f i g.

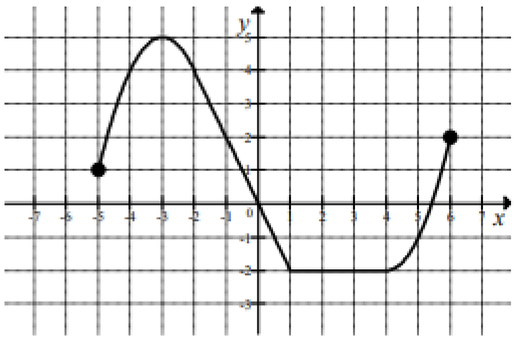
● Przesuwanie wykresu

Zadanie 11. ***(1 pkt)***

Na rysunku 1 przedstawiony jest wykres funkcji $y = f(x)$ określonej dla $x \in \langle -7, 4 \rangle$.



Rys. 1



Rys. 2

Rysunek 2 przedstawia wykres funkcji

A. $y = f(x+2)$ **B.** $y = f(x)-2$ **C.** $y = f(x-2)$ **D.** $y = f(x)+2$

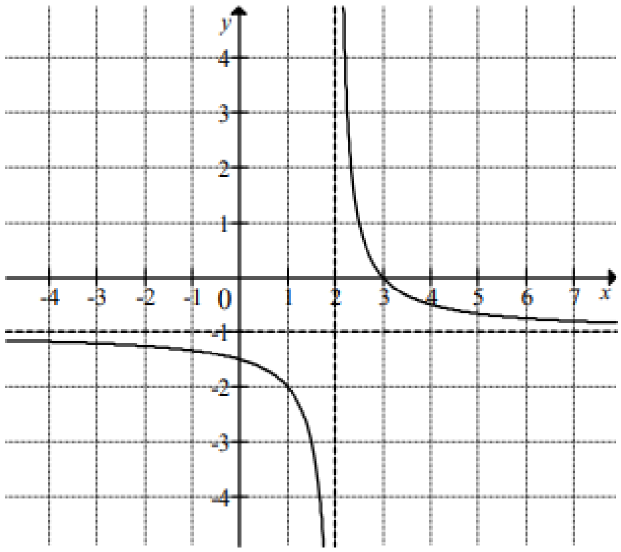
● „Zadania mieszane"

Zadanie 30. (0–2)

Do wykresu funkcji wykładniczej, określonej dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = a^x$ (gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$), należy punkt $P = (2, 9)$. Oblicz a i zapisz zbiór wartości funkcji g, określonej wzorem $g(x) = f(x) - 2$.

Wyznaczanie parametru/współczynnika 1ptk, Przesuwanie wykresu 1ptk

Zadanie 29. ***(2 pkt)***
Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji f, który powstał w wyniku przesunięcia wykresu funkcji określonej wzorem $y = \frac{1}{x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$.



a) Odczytaj z wykresu i zapisz zbiór tych wszystkich argumentów, dla których wartości funkcji f są większe od 0.
b) Podaj miejsce zerowe funkcji g określonej wzorem $g(x) = f(x-3)$.

Odczytywanie wartości z wykresu – 1ptk, Przesuwanie wykresu – 1ptk

Funkcja kwadratowa

• Miejsca zerowe

Zadanie 6. ***(1 pkt)***

Liczby x_1, x_2 są różnymi rozwiązaniami równania $2x^2 + 3x - 7 = 0$. Suma $x_1 + x_2$ jest równa

A. $-\frac{7}{2}$ **B.** $-\frac{7}{4}$ **C.** $-\frac{3}{2}$ **D.** $-\frac{3}{4}$

Zadanie 7. ***(1 pkt)***

Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej $y = -3(x-7)(x+2)$ są

A. $x = 7,\ x = -2$ **B.** $x = -7,\ x = -2$ **C.** $x = 7,\ x = 2$ **D.** $x = -7,\ x = 2$

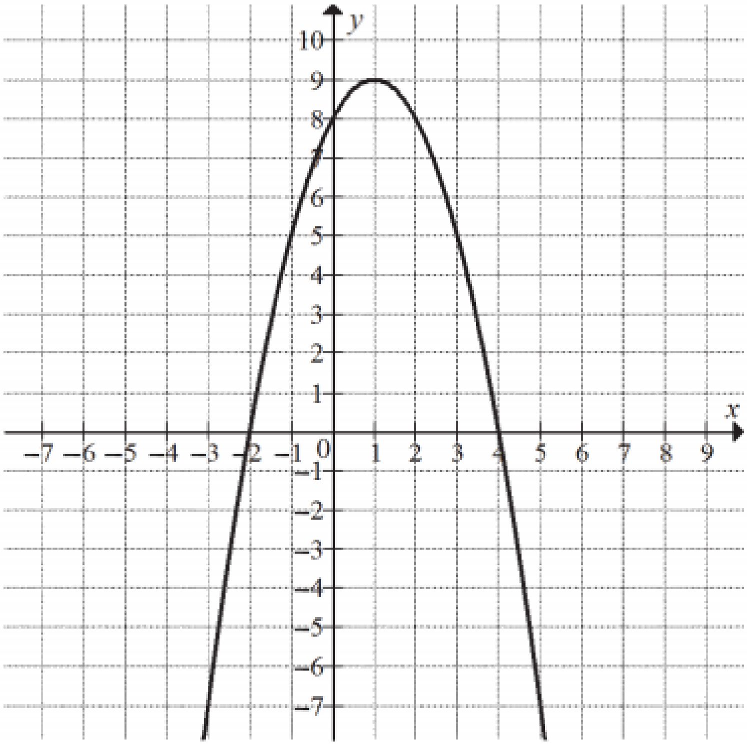
Zadanie 6. (0–1)

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x) = -2(x+3)(x-5)$. Liczby x_1, x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji *f*. Zatem

A. $x_1 + x_2 = -8$ **B.** $x_1 + x_2 = -2$ **C.** $x_1 + x_2 = 2$ **D.** $x_1 + x_2 = 8$

● Zbiór wartości

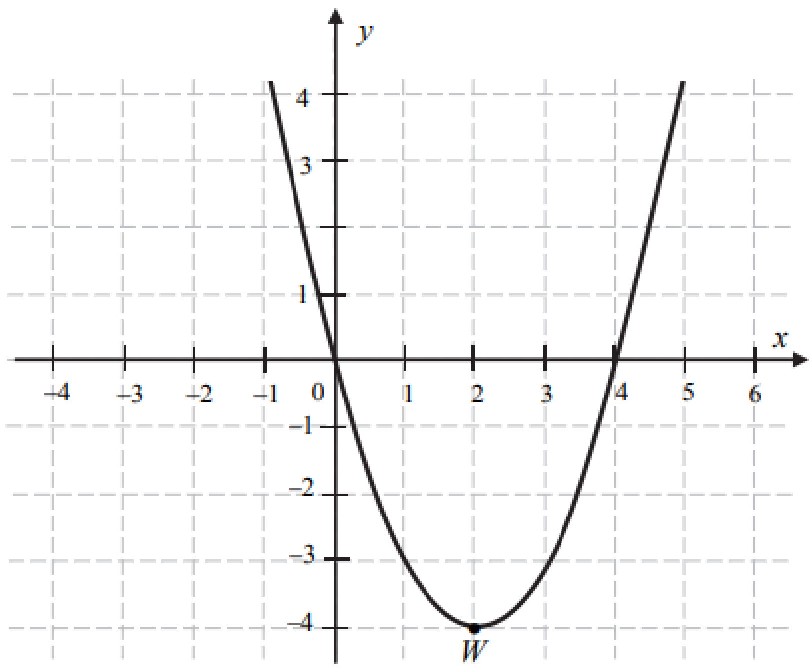
Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W=(1,9)$. Liczby -2 i 4 to miejsca zerowe funkcji f.



Zadanie 10. (0–1)
Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A. $(-\infty,-2\rangle$ **B.** $\langle -2,4\rangle$ **C.** $\langle 4,+\infty)$ **D.** $(-\infty,9\rangle$

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W=(2,-4)$. Liczby 0 i 4 to miejsca zerowe funkcji f.



Zadanie 8. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A. $(-\infty, 0\rangle$ **B.** $\langle 0, 4\rangle$ **C.** $\langle -4, +\infty)$ **D.** $\langle 4, +\infty)$

- Monotoniczność

Zadanie 12. (0–1)

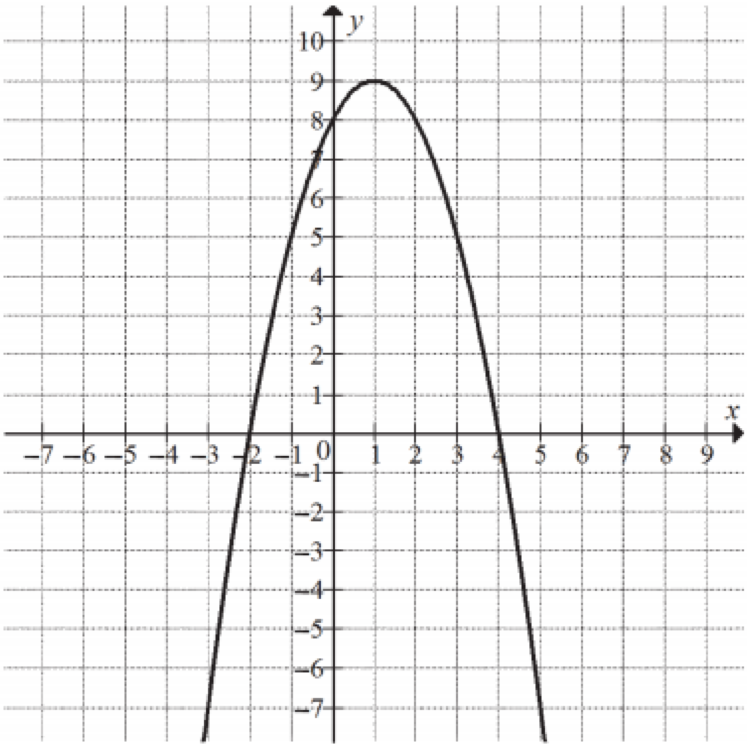
Funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x)=-2(x+1)(x-3)$ jest malejąca w przedziale

A. $\langle 1, +\infty)$ **B.** $(-\infty, 1\rangle$ **C.** $(-\infty, -8\rangle$ **D.** $\langle -8, +\infty)$

● Wartość max i min

Zadanie 29. (0–2)
Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x)=x^2-6x+3$ w przedziale $\langle 0, 4\rangle$.

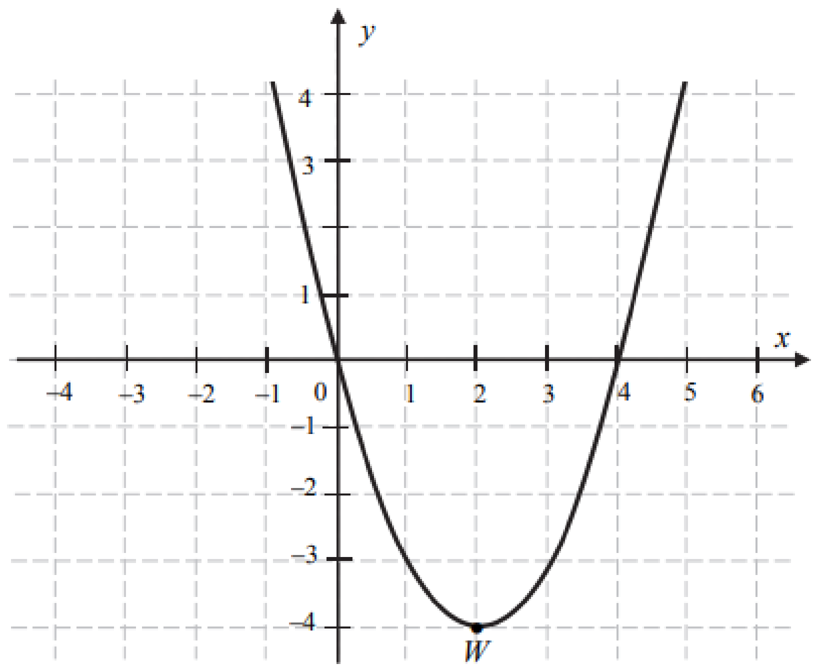
Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej *f*. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W=(1,9)$. Liczby -2 i 4 to miejsca zerowe funkcji *f*.



Zadanie 11. (0–1)
Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $\langle -1,2\rangle$ jest równa

A. 2 **B.** 5 **C.** 8 **D.** 9

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W=(2,-4)$. Liczby 0 i 4 to miejsca zerowe funkcji f.

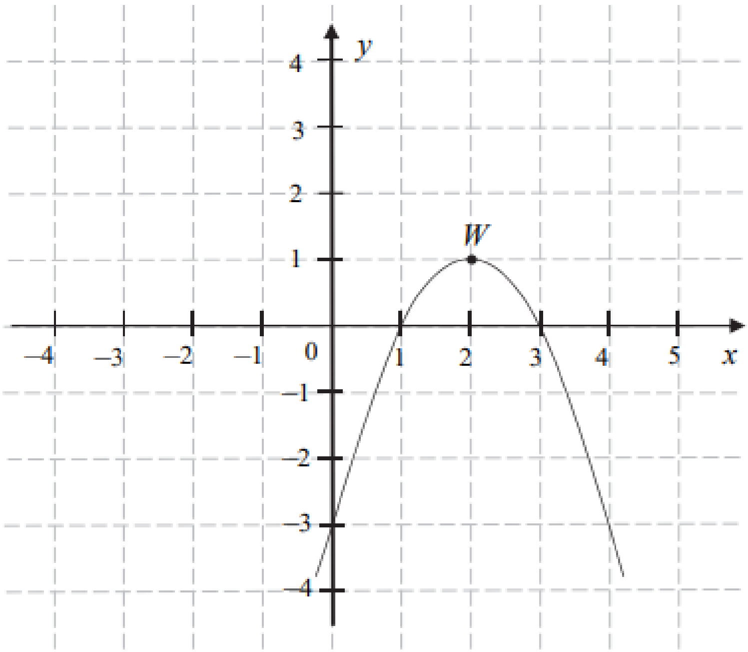


Zadanie 9. (0–1)

Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle 1, 4\rangle$ jest równa

A. -3 **B.** -4 **C.** 4 **D.** 0

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x)=a(x-1)(x-3)$. Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem tej funkcji. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W=(2,1)$.



Zadanie 8. (0–1)

Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle 1, 4\rangle$ jest równa

A. -3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

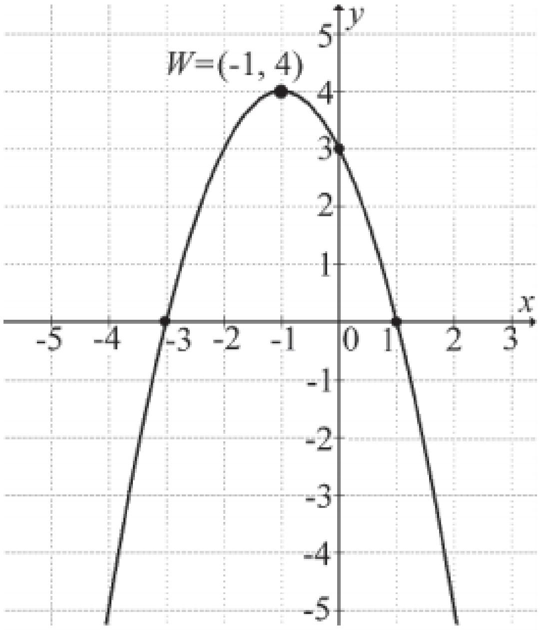
● Współczynniki a, b, c, oraz Δ

Zadanie 26. ***(2 pkt)***

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x)=2x^2+bx+c$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt $W=(4,0)$. Oblicz wartości współczynników b i c.

Zadanie 10. (0–1)

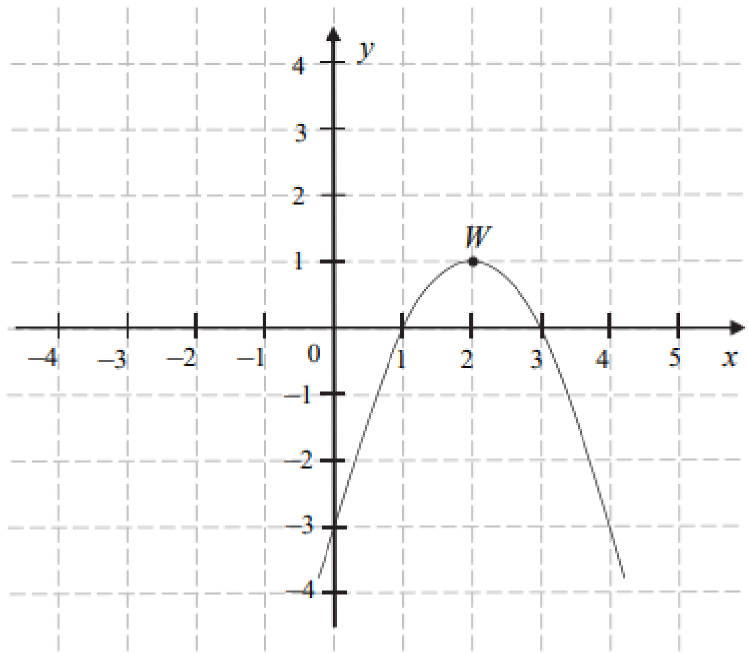
Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x)=ax^2+bx+c$, której miejsca zerowe to: -3 i 1.



Współczynnik c we wzorze funkcji f jest równy

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x)=a(x-1)(x-3)$. Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem tej funkcji. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W=(2,1)$.



Zadanie 7. (0–1)

Współczynnik a we wzorze funkcji f jest równy

A. 1 **B.** 2 **C.** -2 **D.** -1

● Współrzędne wierzchołka

Zadanie 8. ***(1 pkt)***

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x)=-3x^2+3$ jest parabola o wierzchołku w punkcie

A. $(3,0)$ **B.** $(0,3)$ **C.** $(-3,0)$ **D.** $(0,-3)$

Zadanie 6. *(1 pkt)*

Wierzchołkiem paraboli o równaniu $y=-3(x-2)^2+4$ jest punkt o współrzędnych

A. $(-2,-4)$ **B.** $(-2,4)$ **C.** $(2,-4)$ **D.** $(2,4)$

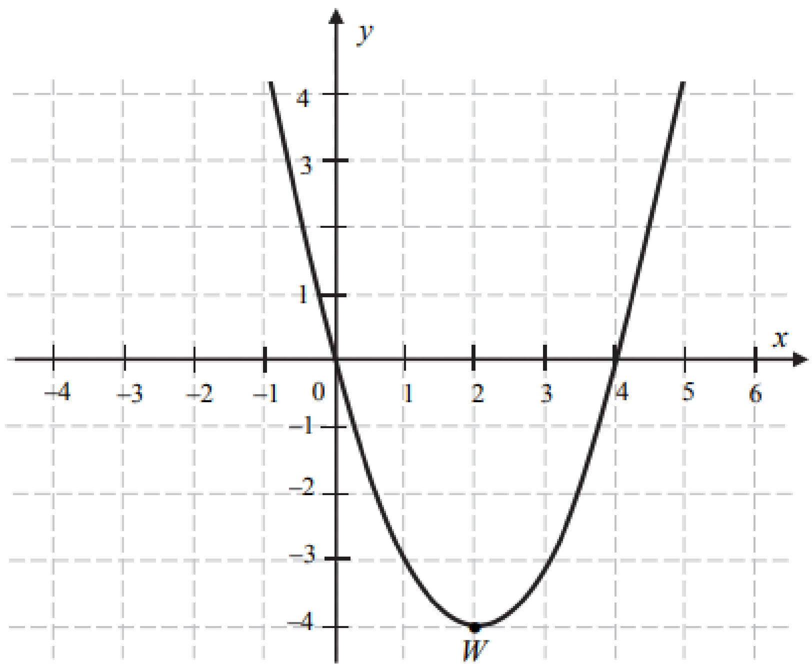
Zadanie 9. (0–1)

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x)=x^2-6x-3$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt o współrzędnych

A. $(-6,-3)$ **B.** $(-6,69)$ **C.** $(3,-12)$ **D.** $(6,-3)$

• Równanie osi symetrii

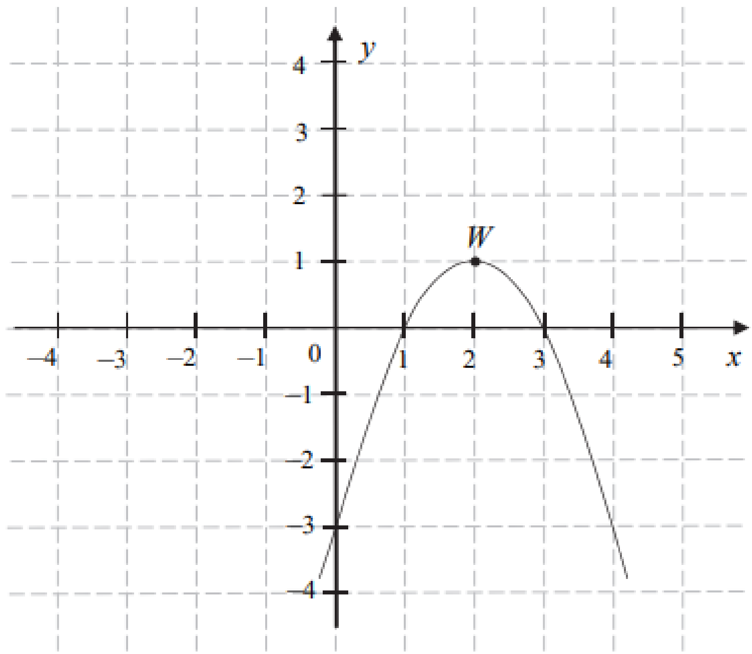
Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W=(2,-4)$. Liczby 0 i 4 to miejsca zerowe funkcji f.



Zadanie 10. (0–1)
Osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

A. $y=-4$ **B.** $x=-4$ **C.** $y=2$ **D.** $x=2$

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x)=a(x-1)(x-3)$. Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem tej funkcji. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W=(2,1)$.



Zadanie 9. (0–1)
Osią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji f jest prosta o równaniu

A. $x=1$ **B.** $x=2$ **C.** $y=1$ **D.** $y=2$

• Liczenie wartości funkcji dla argumentu

Zadanie 11. (0–1)

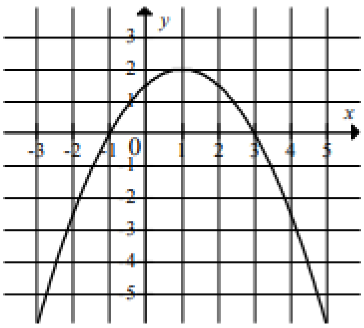
Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x)=x^2+x+c$. Jeżeli $f(3)=4$, to

A. $f(1)=-6$ **B.** $f(1)=0$ **C.** $f(1)=6$ **D.** $f(1)=18$

• Wyznaczanie wzoru na podstawie wykresu

Zadanie 7. ***(1 pkt)***

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej *f*.



Funkcja *f* jest określona wzorem

A. $f(x)=\frac{1}{2}(x+3)(x-1)$

B. $f(x)=\frac{1}{2}(x-3)(x+1)$

C. $f(x)=-\frac{1}{2}(x+3)(x-1)$

D. $f(x)=-\frac{1}{2}(x-3)(x+1)$

• Nierówność kwadratowa

Turbo-pewniak – zadania otwarte

Zadanie 7. ***(1 pkt)***

Do zbioru rozwiązań nierówności $(x-2)(x+3)<0$ należy liczba

A. 9 **B.** 7 **C.** 4 **D.** 1

Zadanie 26. ***(2 pkt)***
Rozwiąż nierówność $x^2 - x - 2 \leq 0$.

Zadanie 24. ***(2 pkt)***
Rozwiąż nierówność $3x^2 - 10x + 3 \leq 0$.

Zadanie 26. ***(2 pkt)***
Rozwiąż nierówność $x^2 + 8x + 15 > 0$.

Zadanie 30. ***(2 pkt)***
Rozwiąż nierówność $2x^2 - 7x + 5 \geq 0$.

Zadanie 26. (0–2)
Rozwiąż nierówność $2x^2 - 4x > (x+3)(x-2)$.

Zadanie 27. (0–2)
Rozwiąż nierówność $2x^2 - 4x > 3x^2 - 6x$.

Zadanie 26. (0–2)
Rozwiąż nierówność $8x^2 - 72x \leq 0$.

Zadanie 26. (0–2)
Rozwiąż nierówność $2x^2 - 3x > 5$.

Zadanie 27. (0–2)
Rozwiąż nierówność $3x^2 - 16x + 16 > 0$.

Zadanie 26. (0–2)
Rozwiąż nierówność $2(x-1)(x+3) > x-1$.

Zadanie 29. (0–2)
Rozwiąż nierówność:

$$x^2 - 5x \leq 14$$

● „Zadania mieszane”

Zadanie 29. (0–4)

Funkcja kwadratowa f jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych x wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$. Największa wartość funkcji f jest równa 6 oraz $f(-6) = f(0) = \frac{3}{2}$.

Oblicz wartość współczynnika a.

Współczynniki a, b, c, Δ – 1ptk, Współrzędne wierzchołka – 1ptk, Liczenie wartości funkcji dla argumentu – 2ptk

Wielomiany

● Równania wielomianowe

Pewniak – zadania otwarte

Zadanie 27. ***(2 pkt)***
Rozwiąż równanie $x^3 - 7x^2 - 4x + 28 = 0$.

Zadanie 28. ***(2 pkt)***
Liczby $x_1 = -4$ i $x_2 = 3$ są pierwiastkami wielomianu $W(x) = x^3 + 4x^2 - 9x - 36$. Oblicz trzeci pierwiastek tego wielomianu.

Zadanie 26. ***(2 pkt)***
Rozwiąż równanie $x^3 + 2x^2 - 8x - 16 = 0$.

Zadanie 27. ***(2 pkt)***
Rozwiąż równanie $9x^3 + 18x^2 - 4x - 8 = 0$.

Zadanie 28. (0–2)
Rozwiąż równanie $(4 - x)(x^2 + 2x - 15) = 0$.

Zadanie 27. (0–2)
Rozwiąż równanie $(x^3 + 125)(x^2 - 64) = 0$.

Zadanie 26. (0–2)
Rozwiąż równanie $(x^3 - 8)(x^2 - 4x - 5) = 0$.

● Dodawanie wielomianów

Zadanie 5. ***(1 pkt)***

Dane są wielomiany $W(x) = -2x^3 + 5x^2 - 3$ oraz $P(x) = 2x^3 + 12x$. Wielomian $W(x) + P(x)$ jest równy

A. $5x^2 + 12x - 3$

B. $4x^3 + 5x^2 + 12x - 3$

C. $4x^6 + 5x^2 + 12x - 3$

D. $4x^3 + 12x^2 - 3$

Funkcje trygonometryczne

● Wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznej kąta

Zadanie 13. ***(1 pkt)***

Kąt α jest ostry i $\cos\alpha = \frac{5}{13}$. Wtedy

A. $\sin\alpha = \frac{12}{13}$ oraz $\mathrm{tg}\alpha = \frac{12}{5}$

B. $\sin\alpha = \frac{12}{13}$ oraz $\mathrm{tg}\alpha = \frac{5}{12}$

C. $\sin\alpha = \frac{12}{5}$ oraz $\mathrm{tg}\alpha = \frac{12}{13}$

D. $\sin\alpha = \frac{5}{12}$ oraz $\mathrm{tg}\alpha = \frac{12}{13}$

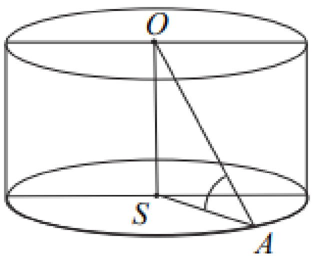
Zadanie 11. ***(1 pkt)***

W trójkącie prostokątnym ABC odcinek AB jest przeciwprostokątną i $|AB| = 13$ oraz $|BC| = 12$. Wówczas sinus kąta ABC jest równy

A. $\frac{12}{13}$ **B.** $\frac{5}{13}$ **C.** $\frac{5}{12}$ **D.** $\frac{13}{12}$

Zadanie 22. (0–1)

Promień AS podstawy walca jest równy wysokości OS tego walca. Sinus kąta OAS (zobacz rysunek) jest równy



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 1

Zadanie 13. (0–1)

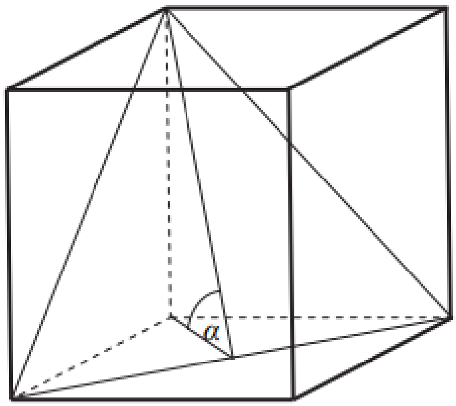
Sinus kąta ostrego α jest równy $\frac{4}{5}$. Wtedy

A. $\cos\alpha = \frac{5}{4}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{1}{5}$ **C.** $\cos\alpha = \frac{9}{25}$ **D.** $\cos\alpha = \frac{3}{5}$

● Wyznaczanie kąta na podstawie funkcji

Zadanie 24. (0–1)

Przekątna podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest dwa razy dłuższa od wysokości graniastosłupa. Graniastosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i jeden wierzchołek drugiej podstawy (patrz rysunek).

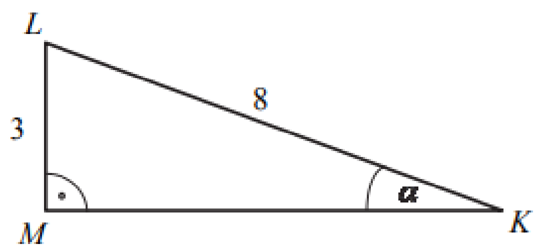


Płaszczyzna przekroju tworzy z podstawą graniastosłupa kąt α o mierze

A. $30°$ **B.** $45°$ **C.** $60°$ **D.** $75°$

Zadanie 14. (0–1)

Przyprostokątna LM trójkąta prostokątnego KLM ma długość 3, a przeciwprostokątna KL ma długość 8 (zobacz rysunek).



Wtedy miara α kąta ostrego LKM tego trójkąta spełnia warunek

A. $27° < \alpha \le 30°$ **B.** $24° < \alpha \le 27°$ **C.** $21° < \alpha \le 24°$ **D.** $18° < \alpha \le 21°$

● Równania i wyrażenia trygonometryczne

Pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 14. ***(1 pkt)***

Kąt α jest ostry i $\sin\alpha = \frac{3}{4}$. Wartość wyrażenia $2 - \cos^2\alpha$ jest równa

A. $\frac{25}{16}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{17}{16}$ **D.** $\frac{31}{16}$

Zadanie 29. ***(2 pkt)***

Kąt α jest ostry i $\mathrm{tg}\alpha = \frac{5}{12}$. Oblicz $\cos\alpha$.

Zadanie 14. ***(1 pkt)***

Wartość wyrażenia $\frac{\sin^2 38° + \cos^2 38° - 1}{\sin^2 52° + \cos^2 52° + 1}$ jest równa

A. $\frac{1}{2}$ **B.** 0 **C.** $-\frac{1}{2}$ **D.** 1

Zadanie 28. ***(2 pkt)***

Kąt α jest ostry i $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 2$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$.

Zadanie 10. ***(1 pkt)***

Liczba $\mathrm{tg}\,30° - \sin 30°$ jest równa

A. $\sqrt{3} - 1$ **B.** $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}-1}{6}$ **D.** $\frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

Zadanie 14. ***(1 pkt)***

Kąt α jest ostry i $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Wartość wyrażenia $\cos^2\alpha - 2$ jest równa

A. $-\frac{7}{4}$ **B.** $-\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 27. ***(2 pkt)***

Kąt α jest ostry i $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin^2\alpha - 3\cos^2\alpha$.

Zadanie 14. ***(1 pkt)***

Jeżeli α jest kątem ostrym oraz $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{5}$, to wartość wyrażenia $\frac{3\cos\alpha - 2\sin\alpha}{\sin\alpha - 5\cos\alpha}$ jest równa

A. $-\frac{11}{23}$ **B.** $\frac{24}{5}$ **C.** $-\frac{23}{11}$ **D.** $\frac{5}{24}$

Zadanie 15. (0–1)

Jeżeli $0° < \alpha < 90°$ oraz $\operatorname{tg}\alpha = 2\sin\alpha$, to

A. $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\cos\alpha = 1$

Zadanie 13. (0–1)

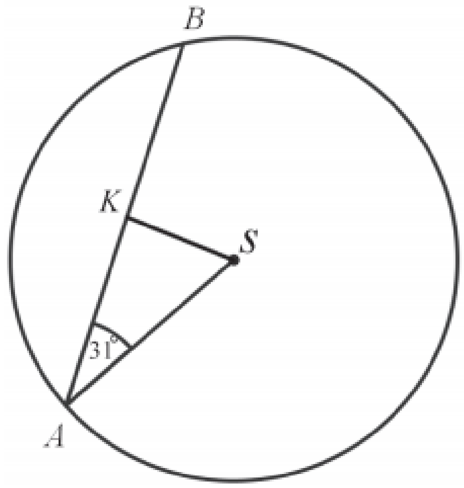
W okręgu o środku w punkcie S poprowadzono cięciwę AB, która utworzyła z promieniem AS kąt o mierze 31° (zobacz rysunek). Promień tego okręgu ma długość 10. Odległość punktu S od cięciwy AB jest liczbą z przedziału

A. $\left\langle \frac{9}{2}, \frac{11}{2} \right\rangle$

B. $\left(\frac{11}{2}, \frac{13}{2} \right\rangle$

C. $\left(\frac{13}{2}, \frac{19}{2} \right\rangle$

D. $\left(\frac{19}{2}, \frac{37}{2} \right\rangle$



Zadanie 17. (0–1)

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{3}$. Wtedy

A. $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{13}}{26}$ **B.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{13}}{13}$ **C.** $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ **D.** $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

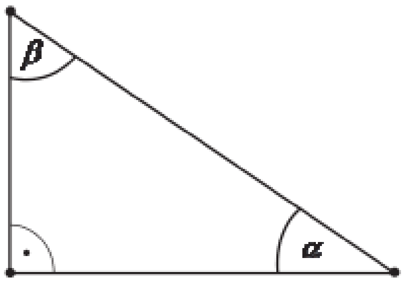
Zadanie 14. (0–1)

Jeśli $m = \sin 50°$, to

A. $m = \sin 40°$ **B.** $m = \cos 40°$ **C.** $m = \cos 50°$ **D.** $m = \operatorname{tg} 50°$

Zadanie 19. (0–1)

Dany jest trójkąt prostokątny o kątach ostrych α i β (zobacz rysunek).



Wyrażenie $2\cos\alpha - \sin\beta$ jest równe

A. $2\sin\beta$ **B.** $\cos\alpha$ **C.** 0 **D.** 2

Zadanie 31. (0–2)

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\frac{2\sin\alpha + 3\cos\alpha}{\cos\alpha} = 4$. Oblicz tangens kąta α.

Zadanie 16. (0–1)

Dla każdego kąta ostrego α iloczyn $\frac{\cos\alpha}{1-\sin^2\alpha} \cdot \frac{1-\cos^2\alpha}{\sin\alpha}$ jest równy

A. $\sin\alpha$ **B.** $\operatorname{tg}\alpha$ **C.** $\cos\alpha$ **D.** $\sin^2\alpha$

Ciągi

• Ciąg arytmetyczny

Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 11. ***(1 pkt)***
W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są: $a_3 = 13$ i $a_5 = 39$. Wtedy wyraz a_1 jest równy

A. 13 **B.** 0 **C.** -13 **D.** -26

Zadanie 12. ***(1 pkt)***
Dany jest nieskończony rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) o wyrazach dodatnich. Wtedy

A. $a_4 + a_7 = a_{10}$ **B.** $a_4 + a_6 = a_3 + a_8$ **C.** $a_2 + a_9 = a_3 + a_8$ **D.** $a_5 + a_7 = 2a_8$

Zadanie 27. ***(2 pkt)***
Liczby $x, y, 19$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny, przy czym $x + y = 8$. Oblicz x i y.

Zadanie 17. ***(1 pkt)***
Miary kątów czworokąta tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy $20°$. Najmniejszy kąt tego czworokąta ma miarę

A. $40°$ **B.** $50°$ **C.** $60°$ **D.** $70°$

Zadanie 13. ***(1 pkt)***
Ciąg (a_n) określony dla $n \geq 1$ jest arytmetyczny oraz $a_3 = 10$ i $a_4 = 14$. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

A. $a_1 = -2$ **B.** $a_1 = 2$ **C.** $a_1 = 6$ **D.** $a_1 = 12$

Zadanie 11. ***(1 pkt)***
Liczby $2, -1, -4$ są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n), określonego dla liczb naturalnych $n \geq 1$. Wzór ogólny tego ciągu ma postać

A. $a_n = -3n + 5$ **B.** $a_n = n - 3$ **C.** $a_n = -n + 3$ **D.** $a_n = 3n - 5$

Zadanie 14. (0–1)

Czternasty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 8, a różnica tego ciągu jest równa $\left(-\frac{3}{2}\right)$.

Siódmy wyraz tego ciągu jest równy

A. $\frac{37}{2}$ **B.** $-\frac{37}{2}$ **C.** $-\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{5}{2}$

Zadanie 12. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, dane są: $a_1 = 5$, $a_2 = 11$. Wtedy

A. $a_{14} = 71$ **B.** $a_{12} = 71$ **C.** $a_{11} = 71$ **D.** $a_{10} = 71$

Zadanie 31. (0–2)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, dane są: wyraz $a_1 = 8$ i suma trzech początkowych wyrazów tego ciągu $S_3 = 33$. Oblicz różnicę $a_{16} - a_{13}$.

Zadanie 12. (0–1)

Dla ciągu arytmetycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, jest spełniony warunek $a_4 + a_5 + a_6 = 12$. Wtedy

A. $a_5 = 4$ **B.** $a_5 = 3$ **C.** $a_5 = 6$ **D.** $a_5 = 5$

Zadanie 31. (0–2)

Dwunasty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, jest równy 30, a suma jego dwunastu początkowych wyrazów jest równa 162. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

Zadanie 11. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, dane są dwa wyrazy: $a_1 = 7$ i $a_8 = -49$. Suma ośmiu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

A. -168 **B.** -189 **C.** -21 **D.** -42

Zadanie 32. (0–4)
Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Różnicą tego ciągu jest liczba $r = -4$, a średnia arytmetyczna początkowych sześciu wyrazów tego ciągu: a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, jest równa 16.
a) Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.
b) Oblicz liczbę k, dla której $a_k = -78$.

Zadanie 15. (0–1)
W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, czwarty wyraz jest równy 3, a różnica tego ciągu jest równa 5. Suma $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ jest równa

A. -42 **B.** -36 **C.** -18 **D.** 6

Zadanie 15. (0–1)
Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci i piąty wyraz ciągu spełniają warunek $a_3 + a_5 = 58$. Wtedy czwarty wyraz tego ciągu jest równy

A. 28 **B.** 29 **C.** 33 **D.** 40

• Ciąg geometryczny

Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 12. ***(1 pkt)***
W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = 3$ i $a_4 = 24$. Iloraz tego ciągu jest równy

A. 8 **B.** 2 **C.** $\frac{1}{8}$ **D.** $-\frac{1}{2}$

Zadanie 11. ***(1 pkt)***
Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n), w którym $a_3 = 1$ i $a_4 = \frac{2}{3}$. Wtedy

A. $a_1 = \frac{2}{3}$ **B.** $a_1 = \frac{4}{9}$ **C.** $a_1 = \frac{3}{2}$ **D.** $a_1 = \frac{9}{4}$

Zadanie 12. ***(1 pkt)***
Ciąg $(27, 18, x+5)$ jest geometryczny. Wtedy

A. $x=4$ **B.** $x=5$ **C.** $x=7$ **D.** $x=9$

Zadanie 13. ***(1 pkt)***
Liczby: $x-2,\ 6,\ 12$, w podanej kolejności, są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Liczba x jest równa

A. 0 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 5

Zadanie 13. (0–1)
W rosnącym ciągu geometrycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, spełniony jest warunek $a_4 = 3a_1$. Iloraz q tego ciągu jest równy

A. $q=\frac{1}{3}$ **B.** $q=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ **C.** $q=\sqrt[3]{3}$ **D.** $q=3$

Zadanie 15. (0–1)
Ciąg $(x, 2x+3, 4x+3)$ jest geometryczny. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

A. -4 **B.** 1 **C.** 0 **D.** -1

Zadanie 13. (0–1)
Dany jest trzywyrazowy ciąg geometryczny $(24, 6, a-1)$. Stąd wynika, że

A. $a=\frac{5}{2}$ **B.** $a=\frac{2}{5}$ **C.** $a=\frac{3}{2}$ **D.** $a=\frac{2}{3}$

Zadanie 13. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla $n \geq 1$, w którym $a_1 = \sqrt{2}$, $a_2 = 2\sqrt{2}$, $a_3 = 4\sqrt{2}$. Wzór na n-ty wyraz tego ciągu ma postać

A. $a_n = \left(\sqrt{2}\right)^n$ **B.** $a_n = \frac{2^n}{\sqrt{2}}$

C. $a_n = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ **D.** $a_n = \frac{\left(\sqrt{2}\right)^n}{2}$

Zadanie 12. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie i spełniony jest warunek $\frac{a_5}{a_3} = \frac{1}{9}$. Iloraz tego ciągu jest równy

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **C.** 3 **D.** $\sqrt{3}$

Zadanie 13. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $\left(15,\ 3x,\ \frac{5}{3}\right)$ jest geometryczny i wszystkie jego wyrazy są dodatnie. Stąd wynika, że

A. $x = \frac{3}{5}$ **B.** $x = \frac{4}{5}$ **C.** $x = 1$ **D.** $x = \frac{5}{3}$

• Ciąg niestandardowy

Zadanie 18. ***(1 pkt)***

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot \frac{2-n}{n^2}$ dla $n \geq 1$. Wówczas wyraz a_5 tego ciągu jest równy

A. $-\frac{3}{25}$ **B.** $\frac{3}{25}$ **C.** $-\frac{7}{25}$ **D.** $\frac{7}{25}$

Zadanie 11. (0–1)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{5-2n}{6}$ dla $n \geq 1$. Ciąg ten jest

A. arytmetyczny i jego różnica jest równa $r = -\frac{1}{3}$.
B. arytmetyczny i jego różnica jest równa $r = -2$.
C. geometryczny i jego iloraz jest równy $q = -\frac{1}{3}$.
D. geometryczny i jego iloraz jest równy $q = \frac{5}{6}$.

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n^2$ dla $n \geq 1$. Różnica $a_5 - a_4$ jest równa

A. 4 **B.** 20 **C.** 36 **D.** 18

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg (b_n) jest określony wzorem $b_n = 3n^2 - 25n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Liczba niedodatnich wyrazów ciągu (b_n) jest równa

A. 14 **B.** 13 **C.** 9 **D.** 8

- „Zadanie mieszane"

Zadanie 32. ***(4 pkt)***

Ciąg $(9, x, 19)$ jest arytmetyczny, a ciąg $(x, 42, y, z)$ jest geometryczny. Oblicz x, y oraz z.

Ciąg arytmetyczny – 2ptk, Ciąg geometryczny – 2ptk

Zadanie 34. (0–5)
W nieskończonym ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, suma jedenastu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 187. Średnia arytmetyczna pierwszego, trzeciego i dziewiątego wyrazu tego ciągu, jest równa 12. Wyrazy a_1, a_3, a_k ciągu (a_n), w podanej kolejności, tworzą nowy ciąg – trzywyrazowy ciąg geometryczny (b_n). Oblicz k.

Ciąg arytmetyczny – 3ptk, Ciąg geometryczny – 2ptk

Zadanie 33. (0–4)
Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, są dodatnie. Wyrazy tego ciągu spełniają warunek $6a_1 - 5a_2 + a_3 = 0$. Oblicz iloraz q tego ciągu należący do przedziału $\left\langle 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2} \right\rangle$.

Ciąg geometryczny – 2ptk, Miejsca zerowe („Funkcja kwadratowa”) – 2ptk

Geometria analityczna

Pewniak – zadania otwarte

• Współrzędne środka, początku i końca odcinka

Zadanie 18. ***(1 pkt)***

Punkt $S=(-4, 7)$ jest środkiem odcinka PQ, gdzie $Q=(17, 12)$. Zatem punkt P ma współrzędne

A. $P=(2, -25)$ **B.** $P=(38, 17)$ **C.** $P=(-25, 2)$ **D.** $P=(-12, 4)$

Zadanie 21. (0–1)

W układzie współrzędnych dane są punkty $A=(a, 6)$ oraz $B=(7, b)$. Środkiem odcinka AB jest punkt $M=(3, 4)$. Wynika stąd, że

A. $a=5$ i $b=5$ **B.** $a=-1$ i $b=2$ **C.** $a=4$ i $b=10$ **D.** $a=-4$ i $b=-2$

Zadanie 18. (0–1)

Punkt $K=(2, 2)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego KLM, w którym $|KM|=|LM|$. Odcinek MN jest wysokością trójkąta i $N=(4, 3)$. Zatem

A. $L=(5, 3)$ **B.** $L=(6, 4)$ **C.** $L=(3, 5)$ **D.** $L=(4, 6)$

• Długość odcinka

Zadanie 22. ***(1 pkt)***

Punkty $A=(-5, 2)$ i $B=(3, -2)$ są wierzchołkami trójkąta równobocznego ABC. Obwód tego trójkąta jest równy

A. 30 **B.** $4\sqrt{5}$ **C.** $12\sqrt{5}$ **D.** 36

Zadanie 17. ***(1 pkt)***

Punkty $A=(-1,2)$ i $B=(5,-2)$ są dwoma sąsiednimi wierzchołkami rombu $ABCD$. Obwód tego rombu jest równy

A. $\sqrt{13}$ **B.** 13 **C.** 676 **D.** $8\sqrt{13}$

Zadanie 19. ***(1 pkt)***

Odległość między środkami okręgów o równaniach $(x+1)^2+(y-2)^2=9$ oraz $x^2+y^2=10$ jest równa

A. $\sqrt{5}$ **B.** $\sqrt{10}-3$ **C.** 3 **D.** 5

Zadanie 20. (0–1)

Dane są punkty o współrzędnych $A=(-2,5)$ oraz $B=(4,-1)$. Średnica okręgu wpisanego w kwadrat o boku AB jest równa

A. 12 **B.** 6 **C.** $6\sqrt{2}$ **D.** $2\sqrt{6}$

Zadanie 20. (0–1)

Punkt B jest obrazem punktu $A=(-3,5)$ w symetrii względem początku układu współrzędnych. Długość odcinka AB jest równa

A. $2\sqrt{34}$ **B.** 8 **C.** $\sqrt{34}$ **D.** 12

Zadanie 25. (0–1)

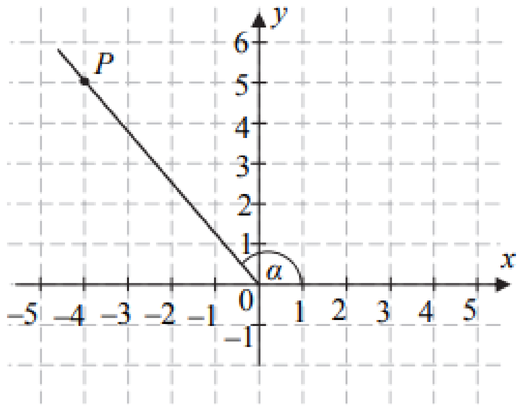
Punkt $A=(3,-5)$ jest wierzchołkiem kwadratu $ABCD$, a punkt $M=(1,3)$ jest punktem przecięcia się przekątnych tego kwadratu. Wynika stąd, że pole kwadratu $ABCD$ jest równe

A. 68 **B.** 136 **C.** $2\sqrt{34}$ **D.** $8\sqrt{34}$

● Kąt nachylenia prostej względem osi OX

Zadanie 14. (0–1)

Tangens kąta α zaznaczonego na rysunku jest równy



$P = (-4, 5)$

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

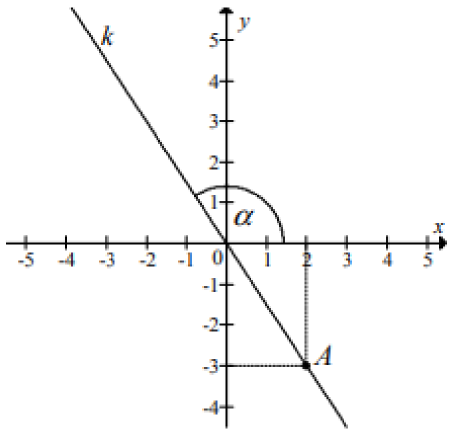
B. $-\frac{4}{5}$

C. -1

D. $-\frac{5}{4}$

Zadanie 18. (0–1)

Na rysunku przedstawiona jest prosta k, przechodząca przez punkt $A = (2, -3)$ i przez początek układu współrzędnych, oraz zaznaczony jest kąt α nachylenia tej prostej do osi Ox.



Zatem

A. $\mathrm{tg}\alpha = -\frac{2}{3}$ **B.** $\mathrm{tg}\alpha = -\frac{3}{2}$ **C.** $\mathrm{tg}\alpha = \frac{2}{3}$ **D.** $\mathrm{tg}\alpha = \frac{3}{2}$

● Równanie prostej na podstawie dwóch punktów

Zadanie 18. ***(1 pkt)***
O funkcji liniowej f wiadomo, że $f(1)=2$. Do wykresu tej funkcji należy punkt $P=(-2,3)$. Wzór funkcji f to

A. $f(x)=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$ **B.** $f(x)=-\frac{1}{2}x+2$ **C.** $f(x)=-3x+7$ **D.** $f(x)=-2x+4$

Zadanie 18. (0–1)
Prosta przechodząca przez punkty $A=(3,-2)$ i $B=(-1,6)$ jest określona równaniem

A. $y=-2x+4$ **B.** $y=-2x-8$ **C.** $y=2x+8$ **D.** $y=2x-4$

● Para prostych równoległych

Pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 20. ***(1 pkt)***
Współczynnik kierunkowy prostej równoległej do prostej o równaniu $y=-3x+5$ jest równy:

A. $-\frac{1}{3}$ **B.** -3 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** 3

Zadanie 18. ***(1 pkt)***
Prosta k ma równanie $y=2x-3$. Wskaż równanie prostej l równoległej do prostej k i przechodzącej przez punkt D o współrzędnych $(-2,1)$.

A. $y=-2x+3$ **B.** $y=2x+1$ **C.** $y=2x+5$ **D.** $y=-x+1$

Zadanie 21. ***(1 pkt)***
Wskaż równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $3x-6y+7=0$.

A. $y=\frac{1}{2}x$ **B.** $y=-\frac{1}{2}x$ **C.** $y=2x$ **D.** $y=-2x$

Zadanie 8. ***(1 pkt)***
Punkt $C=(0,2)$ jest wierzchołkiem trapezu *ABCD*, którego podstawa *AB* jest zawarta w prostej o równaniu $y=2x-4$. Wskaż równanie prostej zawierającej podstawę *CD*.

A. $y=\frac{1}{2}x+2$ **B.** $y=-2x+2$ **C.** $y=-\frac{1}{2}x+2$ **D.** $y=2x+2$

Zadanie 18. (0–1)
Prosta l o równaniu $y=m^2x+3$ jest równoległa do prostej k o równaniu $y=(4m-4)x-3$. Zatem

A. $m=2$ **B.** $m=-2$ **C.** $m=-2-2\sqrt{2}$ **D.** $m=2+2\sqrt{2}$

Zadanie 19. (0–1)
Proste o równaniach $y=(m+2)x+3$ oraz $y=(2m-1)x-3$ są równoległe, gdy

A. $m=2$ **B.** $m=3$ **C.** $m=0$ **D.** $m=1$

Zadanie 17. (0–1)
Proste o równaniach $y=(2m+2)x-2019$ oraz $y=(3m-3)x+2019$ są równoległe, gdy

A. $m=-1$ **B.** $m=0$ **C.** $m=1$ **D.** $m=5$

Zadanie 13. (0–1)
Proste o równaniach $y=(m-2)x$ oraz $y=\frac{3}{4}x+7$ są równoległe. Wtedy

A. $m=-\frac{5}{4}$ **B.** $m=\frac{2}{3}$ **C.** $m=\frac{11}{4}$ **D.** $m=\frac{10}{3}$

Zadanie 9. (0–1)
Proste o równaniach $y=3x-5$ oraz $y=\frac{m-3}{2}x+\frac{9}{2}$ są równoległe, gdy

A. $m=1$ **B.** $m=3$ **C.** $m=6$ **D.** $m=9$

- Para prostych prostopadłych

Pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 8. ***(1 pkt)***

Prosta o równaniu $y=\frac{2}{m}x+1$ jest prostopadła do prostej o równaniu $y=-\frac{3}{2}x-1$. Stąd wynika, że

A. $m=-3$ **B.** $m=\frac{2}{3}$ **C.** $m=\frac{3}{2}$ **D.** $m=3$

Zadanie 19. (0–1)

Proste o równaniach: $y=2mx-m^2-1$ oraz $y=4m^2x+m^2+1$ są prostopadłe dla

A. $m=-\frac{1}{2}$ **B.** $m=\frac{1}{2}$ **C.** $m=1$ **D.** $m=2$

Zadanie 20. (0–1)

Proste opisane równaniami $y=\frac{2}{m-1}x+m-2$ oraz $y=mx+\frac{1}{m+1}$ są prostopadłe, gdy

A. $m=2$ **B.** $m=\frac{1}{2}$ **C.** $m=\frac{1}{3}$ **D.** $m=-2$

Zadanie 19. (0–1)

Na płaszczyźnie z układem współrzędnych proste k i l przecinają się pod kątem prostym w punkcie $A=(-2,4)$. Prosta k jest określona równaniem $y=-\frac{1}{4}x+\frac{7}{2}$. Zatem prostą l opisuje równanie

A. $y=\frac{1}{4}x+\frac{7}{2}$ **B.** $y=-\frac{1}{4}x-\frac{7}{2}$ **C.** $y=4x-12$ **D.** $y=4x+12$

Zadanie 18. (0–1)

Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest prostopadła do prostej o równaniu $y = -4x + 1$ i przechodzi przez punkt $P = \left(\frac{1}{2}, 0\right)$, gdy

A. $a = -4$ i $b = -2$

B. $a = \frac{1}{4}$ i $b = -\frac{1}{8}$

C. $a = -4$ i $b = 2$

D. $a = \frac{1}{4}$ i $b = \frac{1}{2}$

- Punkt przecięcia się prostych

Pewniak jeśli chodzi o zadania otwarte (poddział „Zadania mieszane")

- Symetria względem osi X, Y i początku układu współrzędnych

Zadanie 22. ***(1 pkt)***

Punkt A ma współrzędne $(5, 2012)$. Punkt B jest symetryczny do punktu A względem osi Ox, a punkt C jest symetryczny do punktu B względem osi Oy. Punkt C ma współrzędne

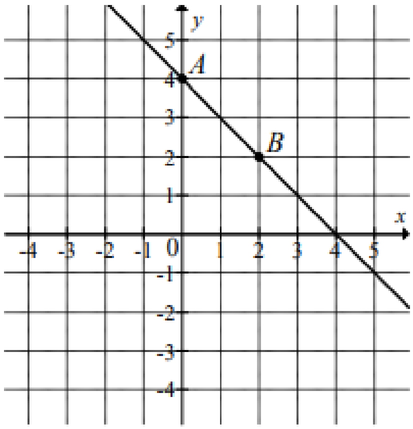
A. $(-5, -2012)$ **B.** $(-2012, -5)$ **C.** $(-5, 2012)$ **D.** $(-2012, 5)$

Zadanie 20. (0–1)

Dane są punkty $M = (-2, 1)$ i $N = (-1, 3)$. Punkt K jest środkiem odcinka MN. Obrazem punktu K w symetrii względem początku układu współrzędnych jest punkt

A. $K' = \left(2, -\frac{3}{2}\right)$ **B.** $K' = \left(2, \frac{3}{2}\right)$ **C.** $K' = \left(\frac{3}{2}, 2\right)$ **D.** $K' = \left(\frac{3}{2}, -2\right)$

Zadanie 19. (0–1)
Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu funkcji liniowej f. Na wykresie tej funkcji leżą punkty $A=(0,4)$ i $B=(2,2)$.



Obrazem prostej AB w symetrii względem początku układu współrzędnych jest wykres funkcji g określonej wzorem

A. $g(x)=x+4$ **B.** $g(x)=x-4$ **C.** $g(x)=-x-4$ **D.** $g(x)=-x+4$

• Punkt przecięcia prostej z osią X lub Y

Występuje w „Zadaniach mieszanych”

• Równanie okręgu

Zadanie 21. ***(1 pkt)***
Wskaż równanie okręgu o promieniu 6.

A. $x^2+y^2=3$ **B.** $x^2+y^2=6$ **C.** $x^2+y^2=12$ **D.** $x^2+y^2=36$

Zadanie 19. ***(1 pkt)***
Styczną do okręgu $(x-1)^2+y^2-4=0$ jest prosta o równaniu

A. $x=1$ **B.** $x=3$ **C.** $y=0$ **D.** $y=4$

Zadanie 23. ***(1 pkt)***

Na okręgu o równaniu $(x-2)^2+(y+7)^2=4$ leży punkt

A. $A=(-2,5)$ **B.** $B=(2,-5)$ **C.** $C=(2,-7)$ **D.** $D=(7,-2)$

Zadanie 15. ***(1 pkt)***

Liczba punktów wspólnych okręgu o równaniu $(x+2)^2+(y-3)^2=4$ z osiami układu współrzędnych jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Zadanie 20. (0–1)

Dany jest okrąg o środku $S=(2,3)$ i promieniu $r=5$. Który z podanych punktów leży na tym okręgu?

A. $A=(-1,7)$ **B.** $B=(2,-3)$ **C.** $C=(3,2)$ **D.** $D=(5,3)$

- „Zadania mieszane”

Zadanie 29. ***(2 pkt)***

Wyznacz równanie symetralnej odcinka o końcach $A=(-2,2)$ i $B=(2,10)$.

Współrzędne środka odcinka – 1ptk, Para prostych prostopadłych – 1ptk

Zadanie 33. (0–4)

Dany jest punkt $A=(-18,10)$. Prosta o równaniu $y=3x$ jest symetralną odcinka AB. Wyznacz współrzędne punktu B.

Współrzędne środka odcinka – 1ptk, Para prostych prostopadłych – 1ptk, Punkt przecięcia się prostych – 2ptk

Zadanie 30. (0–2)
W układzie współrzędnych są dane punkty $A=(-43,-12)$, $B=(50,19)$. Prosta AB przecina oś Ox w punkcie P. Oblicz pierwszą współrzędną punktu P.

Równanie prostej na podstawie dwóch punktów – 1ptk, Punkt przecięcia prostej z osią X lub Y

Zadanie 32. (0–5)
Dane są punkty $A=(-4,0)$ i $M=(2,9)$ oraz prosta k o równaniu $y=-2x+10$. Wierzchołek B trójkąta ABC to punkt przecięcia prostej k z osią Ox układu współrzędnych, a wierzchołek C jest punktem przecięcia prostej k z prostą AM. Oblicz pole trójkąta ABC.

Równanie prostej na podstawie dwóch punktów – 2ptk, Punkt przecięcia się prostych – 1ptk, Punkt przecięcia prostej z osią X lub Y – 1ptk, Pola figur – 1ptk

Zadanie 32. (0–5)
W układzie współrzędnych punkty $A=(4,3)$ i $B=(10,5)$ są wierzchołkami trójkąta ABC. Wierzchołek C leży na prostej o równaniu $y=2x+3$. Oblicz współrzędne punktu C, dla którego kąt ABC jest prosty.

Równanie prostej na podstawie dwóch punktów – 2ptk, Para prostych prostopadłych – 1ptk, Punkt przecięcia się prostych – 2ptk

Zadanie 31. ***(4 pkt)***
Okrąg o środku w punkcie $S=(3,7)$ jest styczny do prostej o równaniu $y=2x-3$. Oblicz współrzędne punktu styczności.

Para prostych prostopadłych – 2ptk, Punkt przecięcia się prostych – 2ptk

Zadanie 32. (0–4)

Dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A=\left(5,-\frac{5}{3}\right)$. Przekątna BD tego kwadratu jest zawarta w prostej o równaniu $y=\frac{4}{3}x$. Oblicz współrzędne punktu przecięcia przekątnych AC i BD oraz pole kwadratu $ABCD$.

Długość odcinka – 1ptk, Para prostych prostopadłych – 1ptk, Punkt przecięcia się prostych – 1ptk, Pole figury – 1ptk,

Zadanie 35. (0–5)

Punkty $A=(-20,12)$ i $B=(7,3)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC|=|BC|$. Wierzchołek C leży na osi Oy układu współrzędnych. Oblicz współrzędne wierzchołka C oraz obwód tego trójkąta.

Długość odcinka – 4ptk, Punkt przecięcia z osią X lub Y – 1ptk

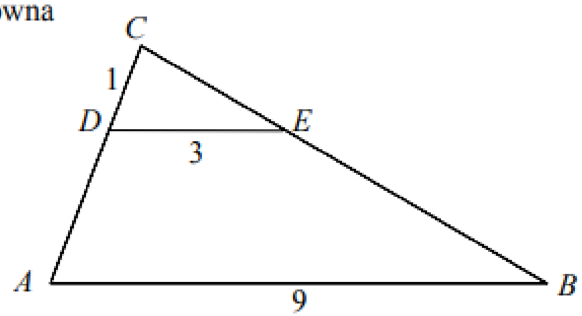
Planimetria

● Podobieństwo i przystawanie figur

Pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 17. ***(1 pkt)***

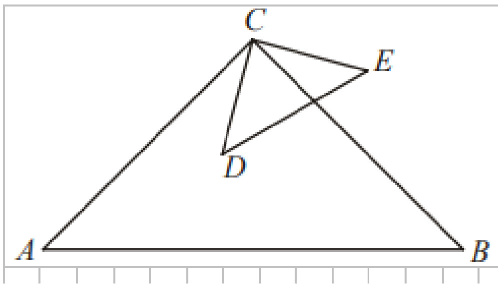
Odcinki AB i DE są równoległe. Długości odcinków CD, DE i AB są odpowiednio równe 1, 3 i 9. Długość odcinka AD jest równa



A. 2 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 6

Zadanie 28. ***(2 pkt)***

Trójkąty prostokątne równoramienne ABC i CDE są położone tak, jak na poniższym rysunku (w obu trójkątach kąt przy wierzchołku C jest prosty). Wykaż, że $|AD| = |BE|$.



Zadanie 14. ***(1 pkt)***

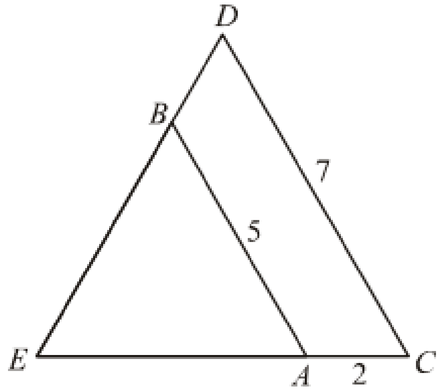
Odcinki AB i CD są równoległe i $|AB| = 5$, $|AC| = 2$, $|CD| = 7$ (zobacz rysunek). Długość odcinka AE jest równa

A. $\frac{10}{7}$

B. $\frac{14}{5}$

C. 3

D. 5



Zadanie 16. (0–1)

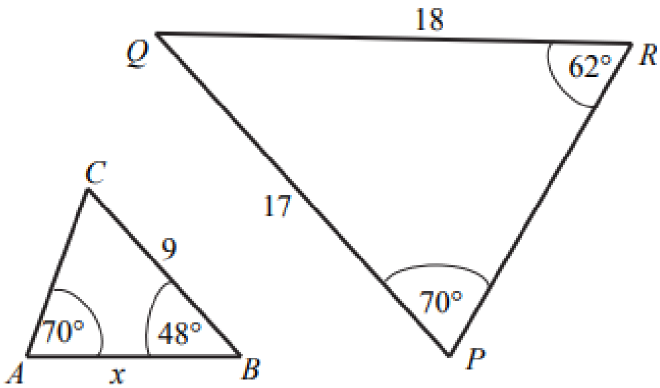
Przedstawione na rysunku trójkąty ABC i PQR są podobne. Bok AB trójkąta ABC ma długość

A. 8

B. 8,5

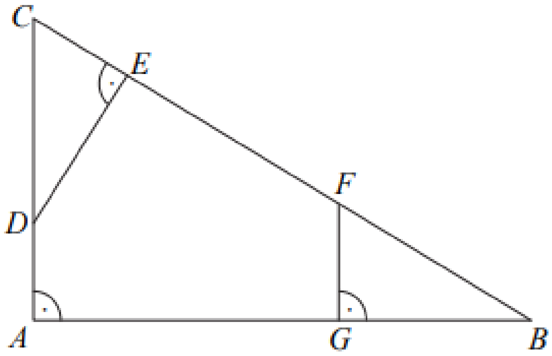
C. 9,5

D. 10



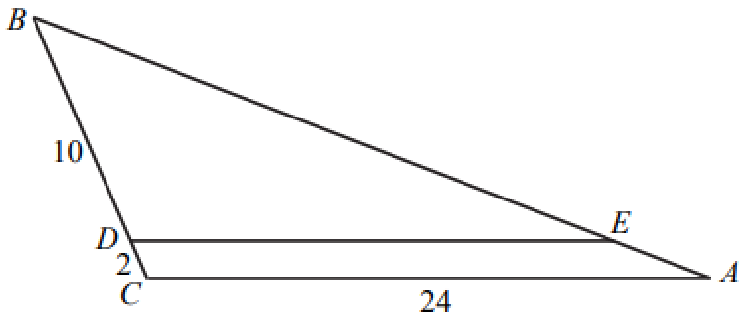
Zadanie 29. (0–2)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC. Na przyprostokątnych AC i AB tego trójkąta obrano odpowiednio punkty D i G. Na przeciwprostokątnej BC wyznaczono punkty E i F takie, że $|\sphericalangle DEC| = |\sphericalangle BGF| = 90^\circ$ (zobacz rysunek). Wykaż, że trójkąt CDE jest podobny do trójkąta FBG.



Zadanie 16. (0–1)

W trójkącie ABC punkt D leży na boku BC, a punkt E leży na boku AB. Odcinek DE jest równoległy do boku AC, a ponadto $|BD| = 10$, $|BC| = 12$ i $|AC| = 24$ (zobacz rysunek).



Długość odcinka DE jest równa

A. 22 **B.** 20 **C.** 12 **D.** 11

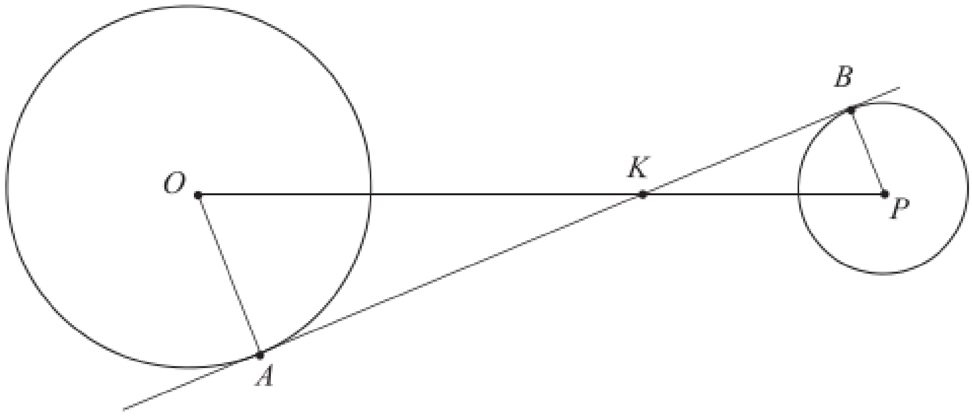
Zadanie 15. (0–1)

Dany jest trójkąt o bokach długości: $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{5}$, $4\sqrt{5}$. Trójkątem podobnym do tego trójkąta jest trójkąt, którego boki mają długości

A. 10, 15, 20 **B.** 20, 45, 80 **C.** $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$ **D.** $\sqrt{5}$, $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{5}$

Zadanie 15. (0–1)

Dane są dwa okręgi: okrąg o środku w punkcie O i promieniu 5 oraz okrąg o środku w punkcie P i promieniu 3. Odcinek OP ma długość 16. Prosta AB jest styczna do tych okręgów w punktach A i B. Ponadto prosta AB przecina odcinek OP w punkcie K (zobacz rysunek).



Wtedy

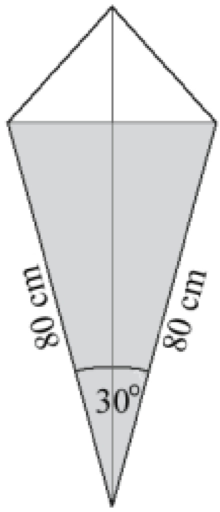
A. $|OK| = 6$ **B.** $|OK| = 8$ **C.** $|OK| = 10$ **D.** $|OK| = 12$

Zadanie 33. (0–2)

Trójkąt równoboczny ABC ma pole równe $9\sqrt{3}$. Prosta równoległa do boku BC przecina boki AB i AC – odpowiednio – w punktach K i L. Trójkąty ABC i AKL są podobne, a stosunek długości boków tych trójkątów jest równy $\frac{3}{2}$. Oblicz długość boku trójkąta AKL.

● Pola figur

Zadanie 19. *(1 pkt)*



Latawiec ma wymiary podane na rysunku. Powierzchnia zacieniowanego trójkąta jest równa

A. $3200\ \text{cm}^2$

B. $6400\ \text{cm}^2$

C. $1600\ \text{cm}^2$

D. $800\ \text{cm}^2$

Zadanie 17. *(1 pkt)*

Wysokość rombu o boku długości 6 i kącie ostrym $60°$ jest równa

A. $3\sqrt{3}$ **B.** 3 **C.** $6\sqrt{3}$ **D.** 6

Zadanie 15. *(1 pkt)*

Pole kwadratu wpisanego w okrąg o promieniu 5 jest równe

A. 25 **B.** 50 **C.** 75 **D.** 100

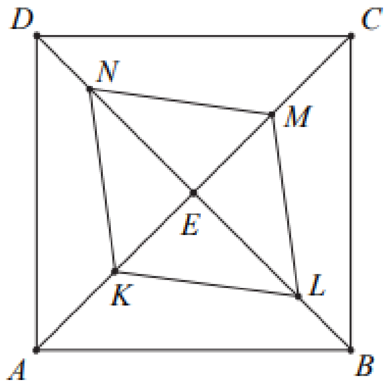
Zadanie 17. (0–1)

Pole rombu o obwodzie 8 jest równe 1. Kąt ostry tego rombu ma miarę α. Wtedy

A. $14° < \alpha < 15°$ **B.** $29° < \alpha < 30°$ **C.** $60° < \alpha < 61°$ **D.** $75° < \alpha < 76°$

Zadanie 28. (0–2)

Dany jest kwadrat $ABCD$. Przekątne AC i BD przecinają się w punkcie E. Punkty K i M są środkami odcinków – odpowiednio – AE i EC. Punkty L i N leżą na przekątnej BD tak, że $|BL| = \frac{1}{3}|BE|$ i $|DN| = \frac{1}{3}|DE|$ (zobacz rysunek). Wykaż, że stosunek pola czworokąta $KLMN$ do pola kwadratu $ABCD$ jest równy $1:3$.



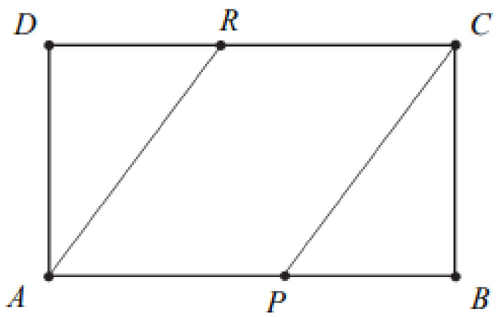
Zadanie 16. (0–1)

Dany jest romb o boku długości 4 i kącie rozwartym $150°$. Pole tego rombu jest równe

A. 8 **B.** 12 **C.** $8\sqrt{3}$ **D.** 16

Zadanie 22. (0–1)

Pole prostokąta $ABCD$ jest równe 90. Na bokach AB i CD wybrano – odpowiednio – punkty P i R, takie, że $\frac{|AP|}{|PB|} = \frac{|CR|}{|RD|} = \frac{3}{2}$ (zobacz rysunek).

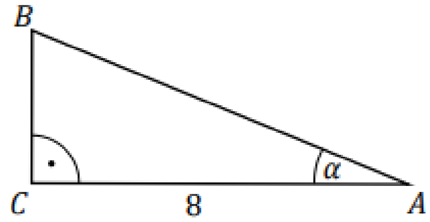


Pole czworokąta $APCR$ jest równe

A. 36 **B.** 40 **C.** 54 **D.** 60

Zadanie 18. (0–1)

Przyprostokątna AC trójkąta prostokątnego ABC ma długość 8 oraz $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{5}$ (zobacz rysunek).



Pole tego trójkąta jest równe

A. 12 **B.** $\frac{37}{3}$ **C.** $\frac{62}{5}$ **D.** $\frac{64}{5}$

Zadanie 19. (0–1)

Pole pewnego trójkąta równobocznego jest równe $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. Obwód tego trójkąta jest równy

A. 4 **B.** 2 **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Zadanie 24. (0–1)

Pole figury F_1 złożonej z dwóch stycznych zewnętrznie kół o promieniach 1 i 3 jest równe polu figury F_2 złożonej z dwóch stycznych zewnętrznie kół o promieniach długości r (zobacz rysunek).

Figura F_1

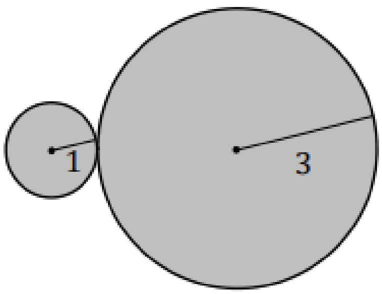
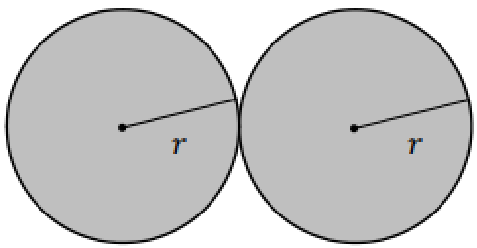


Figura F_2



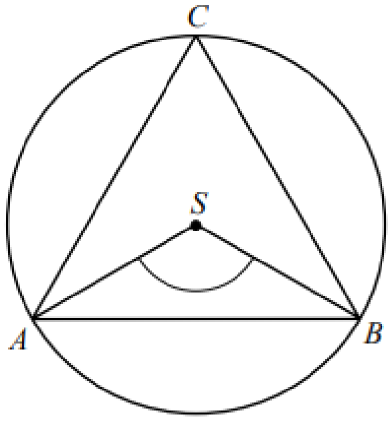
Długość r promienia jest równa

A. $\sqrt{3}$ **B.** 2 **C.** $\sqrt{5}$ **D.** 3

● Kąt środkowy i wpisany

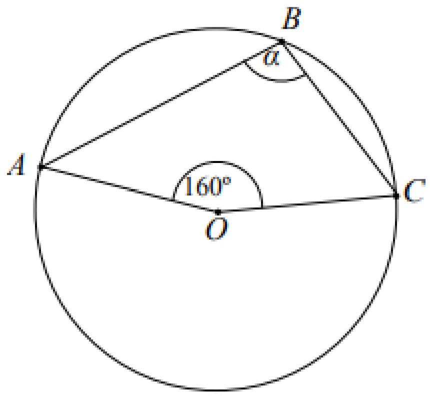
Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 18. ***(1 pkt)***
Punkty A, B, C leżące na okręgu o środku S są wierzchołkami trójkąta równobocznego. Miara zaznaczonego na rysunku kąta środkowego ASB jest równa



A. 120° **B.** 90° **C.** 60° **D.** 30°

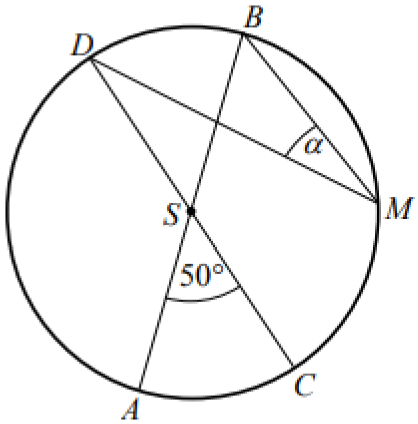
Zadanie 16. ***(1 pkt)***
Punkt O jest środkiem okręgu. Kąt wpisany α ma miarę



A. 80° **B.** 100° **C.** 110° **D.** 120°

Zadanie 15. *(1 pkt)*

Średnice AB i CD okręgu o środku S przecinają się pod kątem 50° (tak jak na rysunku).



Miara kąta α jest równa

A. 25° **B.** 30° **C.** 40° **D.** 50°

Zadanie 17. *(1 pkt)*

Kąt środkowy oparty na łuku, którego długość jest równa $\frac{4}{9}$ długości okręgu, ma miarę

A. 160° **B.** 80° **C.** 40° **D.** 20°

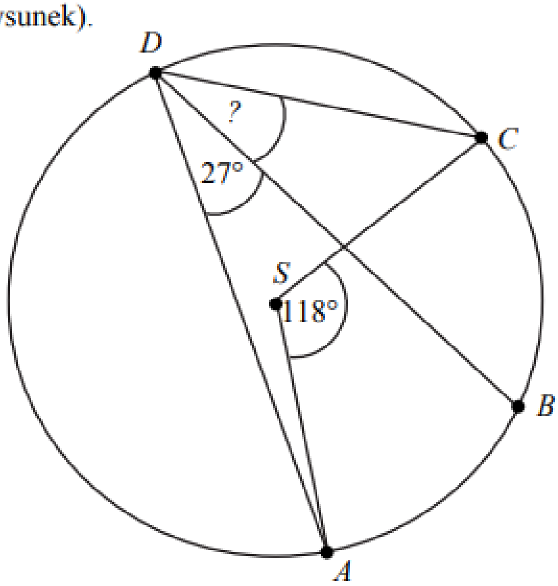
Zadanie 16. (0–1)

Miara kąta wpisanego w okrąg jest o 20° mniejsza od miary kąta środkowego opartego na tym samym łuku. Wynika stąd, że miara kąta wpisanego jest równa

A. 5° **B.** 10° **C.** 20° **D.** 30°

Zadanie 7. (0–1)

Punkty $ABCD$ leżą na okręgu o środku S (zobacz rysunek).
Miara kąta BDC jest równa



A. 91°

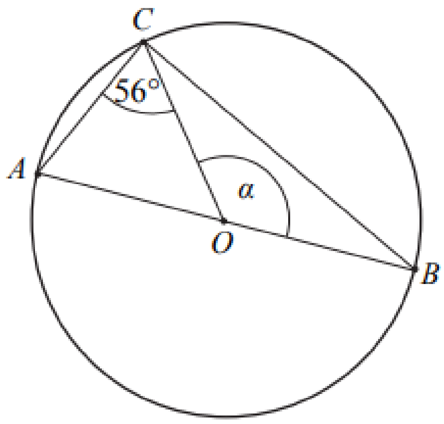
B. 72,5°

C. 18°

D. 32°

Zadanie 15. (0–1)

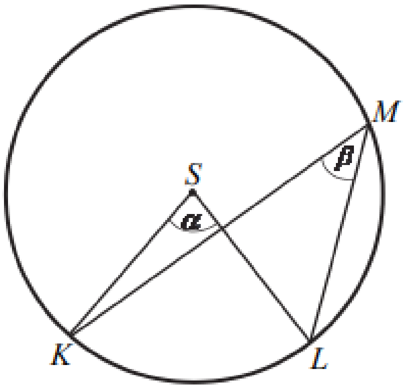
Na okręgu o środku w punkcie O leży punkt C (zobacz rysunek). Odcinek AB jest średnicą tego okręgu. Zaznaczony na rysunku kąt środkowy α ma miarę



A. 116° **B.** 114° **C.** 112° **D.** 110°

Zadanie 16. (0–1)

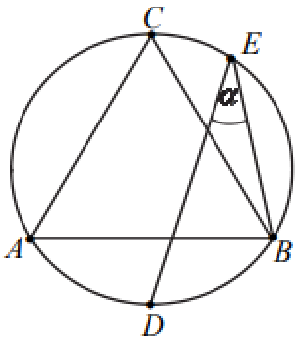
Dany jest okrąg o środku S. Punkty K, L i M leżą na tym okręgu. Na łuku KL tego okręgu są oparte kąty KSL i KML (zobacz rysunek), których miary α i β spełniają warunek $\alpha+\beta=111°$. Wynika stąd, że



A. $\alpha=74°$ **B.** $\alpha=76°$ **C.** $\alpha=70°$ **D.** $\alpha=72°$

Zadanie 14. (0–1)

Punkty D i E leżą na okręgu opisanym na trójkącie równobocznym ABC (zobacz rysunek). Odcinek CD jest średnicą tego okręgu. Kąt wpisany DEB ma miarę α.



Zatem

A. $\alpha=30°$ **B.** $\alpha<30°$ **C.** $\alpha>45°$ **D.** $\alpha=45°$

● Wyznaczanie miar kątów

Pewniak – zadania otwarte

Zadanie 29. ***(2 pkt)***
Dany jest czworokąt $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$. Na boku BC wybrano taki punkt E, że $|EC| = |CD|$ i $|EB| = |BA|$. Wykaż, że kąt AED jest prosty.

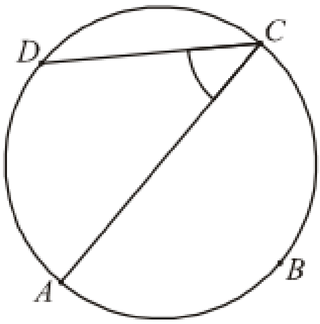
Zadanie 16. ***(1 pkt)***
Punkty A, B, C, D dzielą okrąg na 4 równe łuki. Miara zaznaczonego na rysunku kąta wpisanego ACD jest równa

A. $90°$

B. $60°$

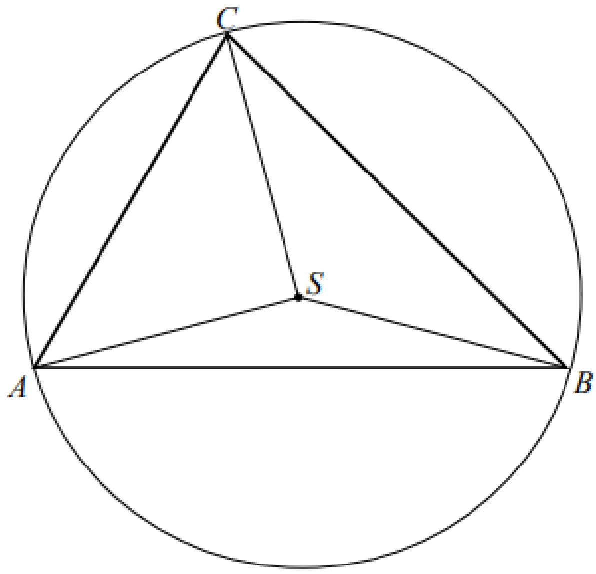
C. $45°$

D. $30°$

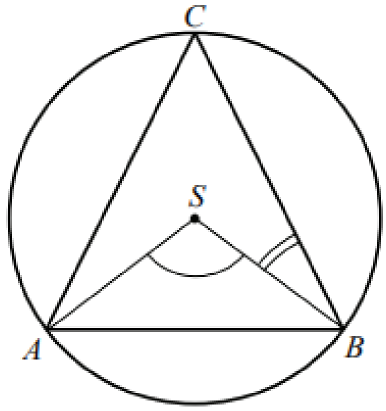


Zadanie 30. ***(2 pkt)***
W trójkącie ABC poprowadzono dwusieczne kątów A i B. Dwusieczne te przecinają się w punkcie P. Uzasadnij, że kąt APB jest rozwarty.

Zadanie 32. ***(4 pkt)***
Punkt S jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ostrokątnym ABC. Kąt ACS jest trzy razy większy od kąta BAS, a kąt CBS jest dwa razy większy od kąta BAS. Oblicz kąty trójkąta ABC.



Zadanie 31. ***(2 pkt)***
Środek S okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym ABC, o ramionach AC i BC, leży wewnątrz tego trójkąta (zobacz rysunek).

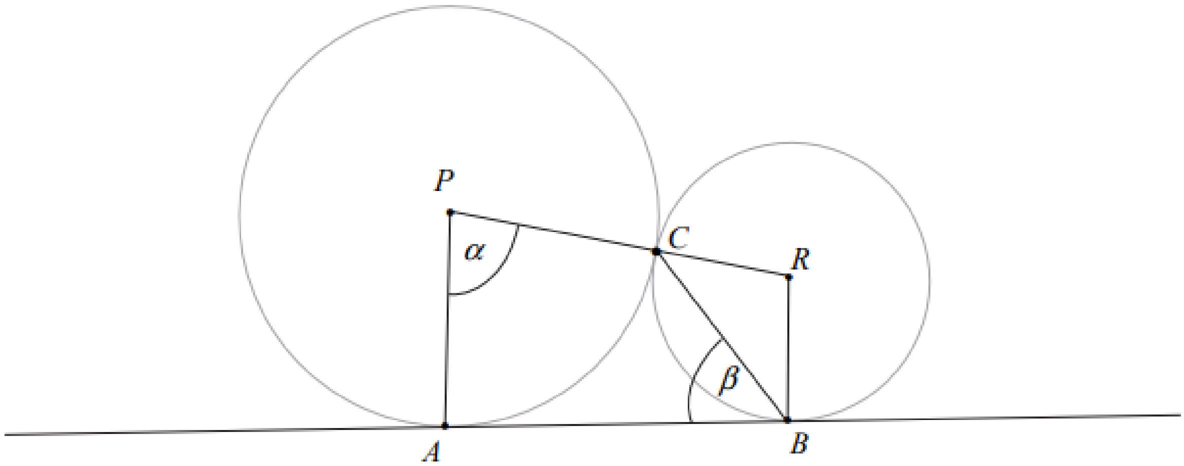


Wykaż, że miara kąta wypukłego ASB jest cztery razy większa od miary kąta wypukłego SBC.

Zadanie 32. (0–4)
Jeden z kątów trójkąta jest trzy razy większy od mniejszego z dwóch pozostałych kątów, które różnią się o 50°. Oblicz kąty tego trójkąta.

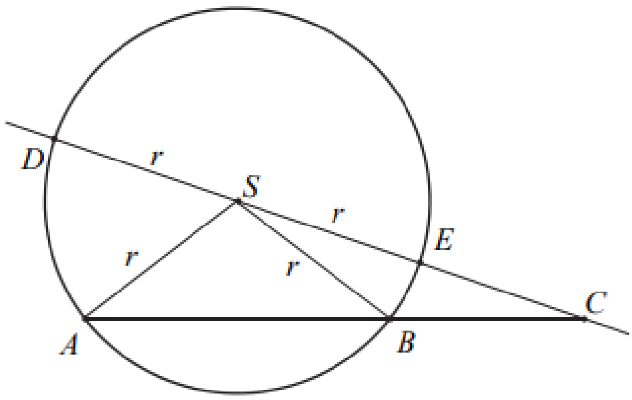
Zadanie 28. (0–2)

Dane są dwa okręgi o środkach w punktach P i R, styczne zewnętrznie w punkcie C. Prosta AB jest styczna do obu okręgów odpowiednio w punktach A i B oraz $|\sphericalangle APC| = \alpha$ i $|\sphericalangle ABC| = \beta$ (zobacz rysunek). Wykaż, że $\alpha = 180° - 2\beta$.



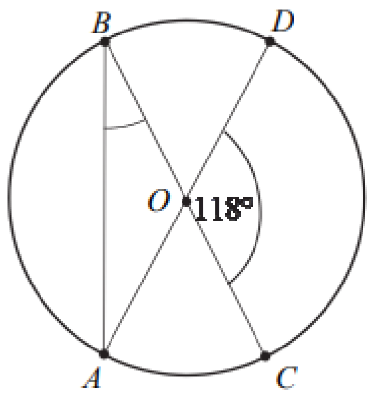
Zadanie 29. (0–2)

Dany jest okrąg o środku w punkcie S i promieniu r. Na przedłużeniu cięciwy AB poza punkt B odłożono odcinek BC równy promieniowi danego okręgu. Przez punkty C i S poprowadzono prostą. Prosta CS przecina dany okrąg w punktach D i E (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli miara kąta ACS jest równa α, to miara kąta ASD jest równa 3α.



Zadanie 17. (0–1)

Punkty A, B, C, D leżą na okręgu o środku w punkcie O. Kąt środkowy DOC ma miarę $118°$ (zobacz rysunek).

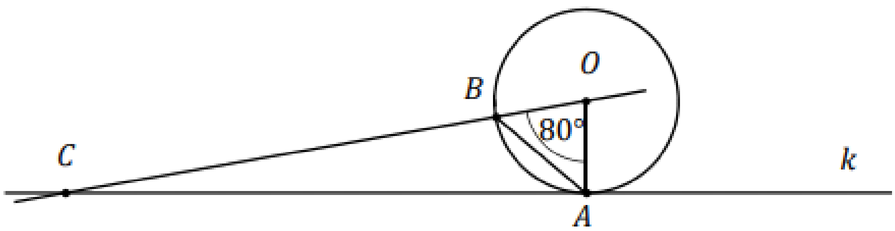


Miara kąta ABC jest równa

A. $59°$ **B.** $48°$ **C.** $62°$ **D.** $31°$

Zadanie 17. (0–1)

Prosta k jest styczna w punkcie A do okręgu o środku O. Punkt B leży na tym okręgu i miara kąta AOB jest równa $80°$. Przez punkty O i B poprowadzono prostą, która przecina prostą k w punkcie C (zobacz rysunek).

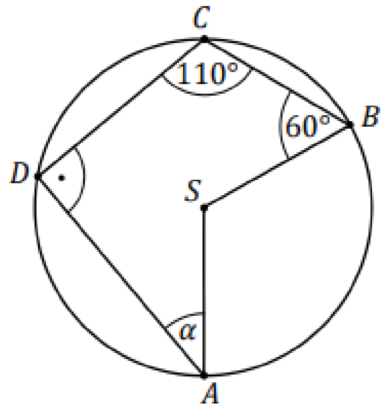


Miara kąta BAC jest równa

A. $10°$ **B.** $30°$ **C.** $40°$ **D.** $50°$

Zadanie 21. (0–1)

Punkty A, B, C i D leżą na okręgu o środku S. Miary kątów SBC, BCD, CDA są równe odpowiednio: $|\sphericalangle SBC| = 60°$, $|\sphericalangle BCD| = 110°$, $|\sphericalangle CDA| = 90°$ (zobacz rysunek).

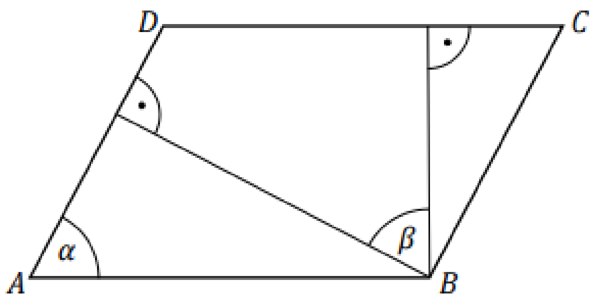


Wynika stąd, że miara α kąta DAS jest równa

A. $25°$ **B.** $30°$ **C.** $35°$ **D.** $40°$

Zadanie 22. (0–1)

W równoległoboku $ABCD$, przedstawionym na rysunku, kąt α ma miarę $70°$.



Wtedy kąt β ma miarę

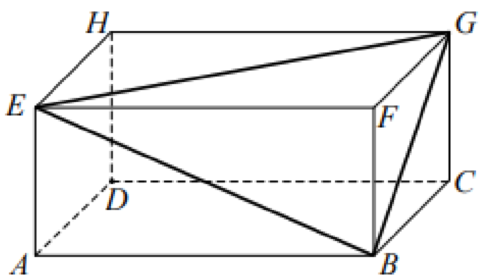
A. $80°$ **B.** $70°$ **C.** $60°$ **D.** $50°$

● Trójkąty prostokątne (twierdzenie Pitagorasa)

Zadanie 16. ***(1 pkt)***
Podstawa trójkąta równoramiennego ma długość 6, a ramię ma długość 5. Wysokość opuszczona na podstawę ma długość

A. 3 **B.** 4 **C.** $\sqrt{34}$ **D.** $\sqrt{61}$

Zadanie 15. ***(1 pkt)***
W prostopadłościanie *ABCDEFGH* mamy: $|AB|=5$, $|AD|=4$, $|AE|=3$. Który z odcinków *AB*, *BG*, *GE*, *EB* jest najdłuższy?



A. *AB* **B.** *BG* **C.** *GE* **D.** *EB*

Zadanie 12. ***(1 pkt)***
W trójkącie równoramiennym *ABC* dane są $|AC|=|BC|=5$ oraz wysokość $|CD|=2$. Podstawa *AB* tego trójkąta ma długość

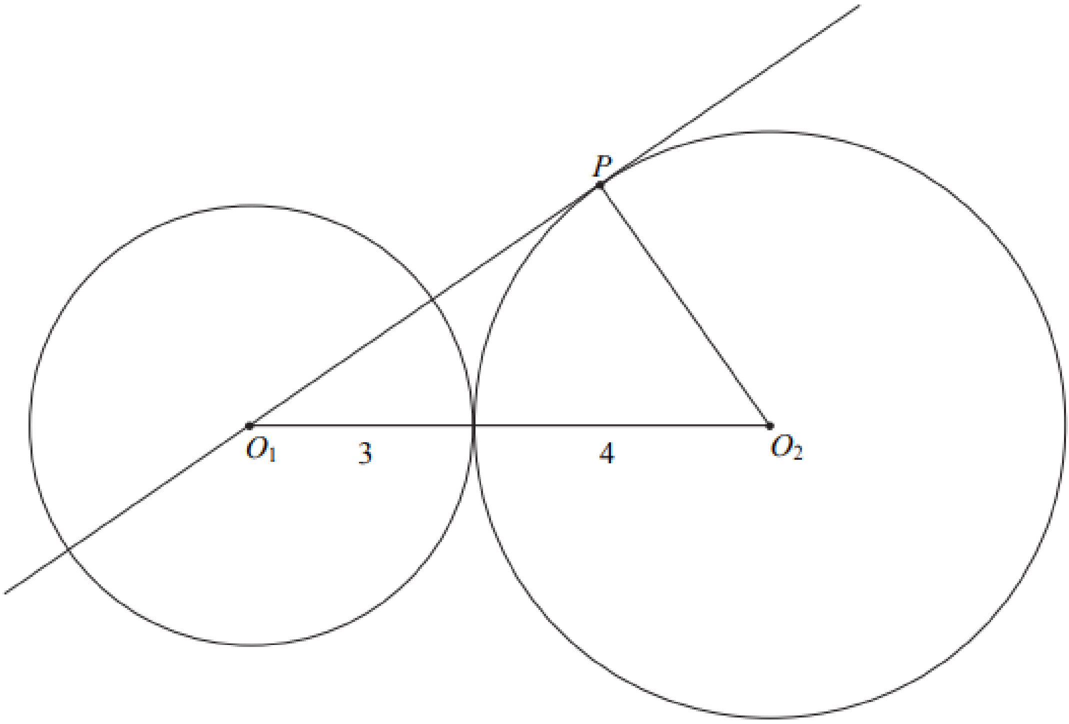
A. 6 **B.** $2\sqrt{21}$ **C.** $2\sqrt{29}$ **D.** 14

Zadanie 13. ***(1 pkt)***
W trójkącie prostokątnym dwa dłuższe boki mają długości 5 i 7. Obwód tego trójkąta jest równy

A. $16\sqrt{6}$ **B.** $14\sqrt{6}$ **C.** $12+4\sqrt{6}$ **D.** $12+2\sqrt{6}$

Zadanie 19. (0–1)

Okręgi o promieniach 3 i 4 są styczne zewnętrznie. Prosta styczna do okręgu o promieniu 4 w punkcie P przechodzi przez środek okręgu o promieniu 3 (zobacz rysunek).



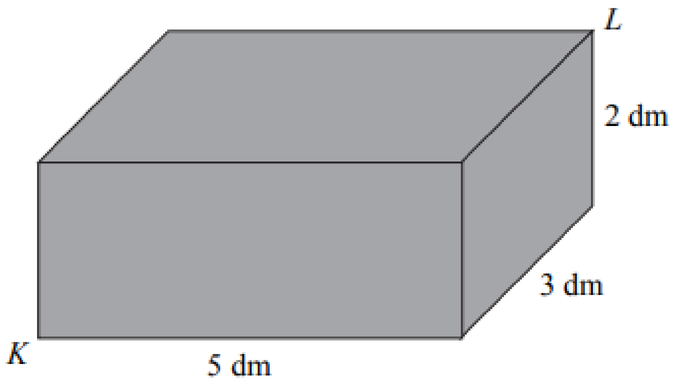
Pole trójkąta, którego wierzchołkami są środki okręgów i punkt styczności P, jest równe

A. 14 **B.** $2\sqrt{33}$ **C.** $4\sqrt{33}$ **D.** 12

Zadanie 30. (0–2)

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 26 cm, a jedna z przyprostokątnych jest o 14 cm dłuższa od drugiej. Oblicz obwód tego trójkąta.

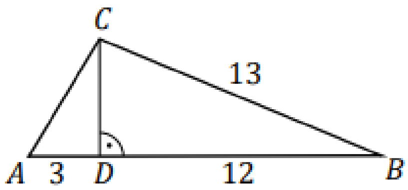
Zadanie 21. (0–1)
Pudełko w kształcie prostopadłościanu ma wymiary 5 dm × 3 dm × 2 dm (zobacz rysunek).



Przekątna KL tego prostopadłościanu jest – z dokładnością do 0,01 dm – równa

A. 5,83 dm **B.** 6,16 dm **C.** 3,61 dm **D.** 5,39 dm

Zadanie 20. (0–1)
W trójkącie ABC bok BC ma długość 13, a wysokość CD tego trójkąta dzieli bok AB na odcinki o długościach $|AD| = 3$ i $|BD| = 12$ (zobacz rysunek obok). Długość boku AC jest równa



A. $\sqrt{34}$ **B.** $\frac{13}{4}$ **C.** $2\sqrt{14}$ **D.** $3\sqrt{45}$

- Trójkąty ekierki

Zadanie 15. *(1 pkt)*
Okrąg opisany na kwadracie ma promień 4. Długość boku tego kwadratu jest równa

A. $4\sqrt{2}$ **B.** $2\sqrt{2}$ **C.** 8 **D.** 4

Zadanie 31. *(2 pkt)*
W trapezie prostokątnym krótsza przekątna dzieli go na trójkąt prostokątny i trójkąt równoboczny. Dłuższa podstawa trapezu jest równa 6. Oblicz obwód tego trapezu.

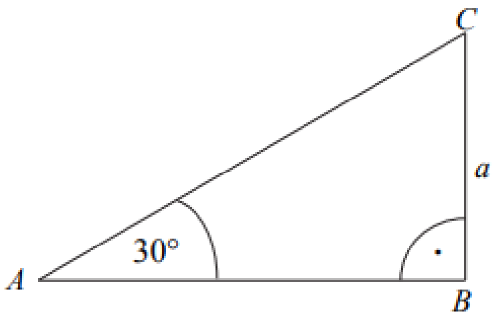
Zadanie 16. ***(1 pkt)***

Wysokość trapezu równoramiennego o kącie ostrym $60°$ i ramieniu długości $2\sqrt{3}$ jest równa

A. $\sqrt{3}$ **B.** 3 **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** 2

Zadanie 17. (0–1)

Obwód trójkąta *ABC*, przedstawionego na rysunku, jest równy



A. $\left(3+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)a$

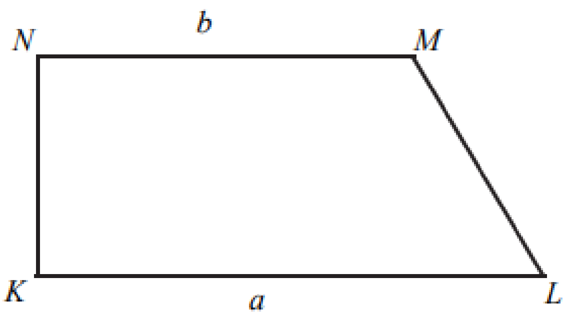
B. $\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$

C. $\left(3+\sqrt{3}\right)a$

D. $\left(2+\sqrt{2}\right)a$

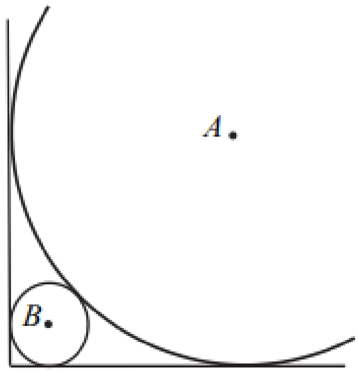
Zadanie 17. (0–1)

Dany jest trapez prostokątny *KLMN*, którego podstawy mają długości $|KL| = a$, $|MN| = b$, $a > b$. Kąt *KLM* ma miarę $60°$. Długość ramienia *LM* tego trapezu jest równa



A. $a-b$ **B.** $2(a-b)$ **C.** $a+\frac{1}{2}b$ **D.** $\frac{a+b}{2}$

Zadanie 29. (0–2)
Okręgi o środkach odpowiednio A i B są styczne zewnętrznie i każdy z nich jest styczny do obu ramion danego kąta prostego (zobacz rysunek). Promień okręgu o środku A jest równy 2.



Uzasadnij, że promień okręgu o środku B jest mniejszy od $\sqrt{2}-1$.

• Liczba przekątnych

Zadanie 13. ***(1 pkt)***
Liczba przekątnych siedmiokąta foremnego jest równa

A. 7 **B.** 14 **C.** 21 **D.** 28

• Warunek istnienia trójkąta

Zadanie 18. (0–1)
Z odcinków o długościach: 5, $2a+1$, $a-1$ można zbudować trójkąt równoramienny. Wynika stąd, że

A. $a=6$ **B.** $a=4$ **C.** $a=3$ **D.** $a=2$

• Suma miar kątów – brak zadań

● Skala podobieństwa

Zadanie 12. ***(1 pkt)***

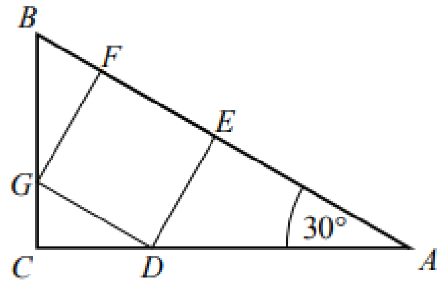
Jeżeli trójkąty ABC i $A'B'C'$ są podobne, a ich pola są, odpowiednio, równe $25\ \text{cm}^2$ i $50\ \text{cm}^2$, to skala podobieństwa $\frac{A'B'}{AB}$ jest równa

A. 2 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

● „Zadania mieszane"

Zadanie 34. ***(4 pkt)***

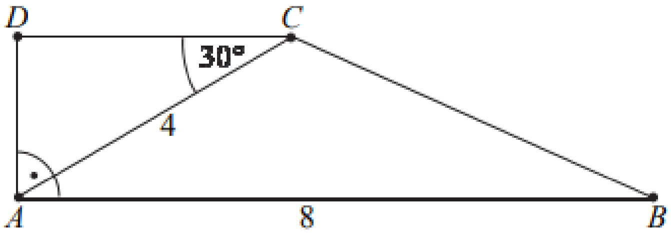
Kąt CAB trójkąta prostokątnego ACB ma miarę $30°$. Pole kwadratu $DEFG$, wpisanego w ten trójkąt (zobacz rysunek), jest równe 4. Oblicz pole trójkąta ACB.



Podobieństwo i przystawanie figur – 1ptk, Pola figur – 1ptk, Trójkąty ekierki – 2ptk

Zadanie 31. (0–2)

W trapezie prostokątnym $ABCD$ dłuższa podstawa AB ma długość 8. Przekątna AC tego trapezu ma długość 4 i tworzy z krótszą podstawą trapezu kąt o mierze 30° (zobacz rysunek). Oblicz długość przekątnej BD tego trapezu.

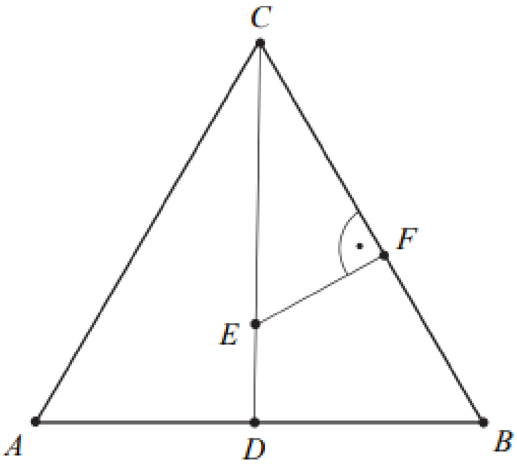


Trójkąty prostokątne – 1ptk, Trójkąty ekierki – 1ptk

Zadanie 29. (0–2)

Trójkąt ABC jest równoboczny. Punkt E leży na wysokości CD tego trójkąta oraz $|CE| = \frac{3}{4}|CD|$.

Punkt F leży na boku BC i odcinek EF jest prostopadły do BC (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|CF| = \frac{9}{16}|CB|$.

Podobieństwo trójkątów – 1ptk, Trójkąty ekierki – 1ptk

Stereometria

Turbo-pewniak (dla zadań na błękitnym tle)

● Objętości brył

Pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 21. ***(1 pkt)***
Objętość stożka o wysokości 8 i średnicy podstawy 12 jest równa

A. 124π **B.** 96π **C.** 64π **D.** 32π

Zadanie 19. ***(1 pkt)***
Pole powierzchni jednej ściany sześcianu jest równe 4. Objętość tego sześcianu jest równa

A. 6 **B.** 8 **C.** 24 **D.** 64

Zadanie 22. (0–1)
Przekrojem osiowym stożka jest trójkąt równoboczny o boku długości 6. Objętość tego stożka jest równa

A. $27\pi\sqrt{3}$ **B.** $9\pi\sqrt{3}$ **C.** 18π **D.** 6π

Zadanie 23. (0–1)
Kąt rozwarcia stożka ma miarę 120°, a tworząca tego stożka ma długość 4. Objętość tego stożka jest równa

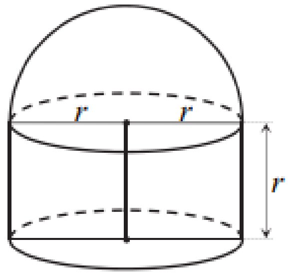
A. 36π **B.** 18π **C.** 24π **D.** 8π

Zadanie 23. (0–1)
Dany jest stożek o wysokości 4 i średnicy podstawy 12. Objętość tego stożka jest równa

A. 576π **B.** 192π **C.** 144π **D.** 48π

Zadanie 22. (0–1)

Na rysunku przedstawiono bryłę zbudowaną z walca i półkuli. Wysokość walca jest równa r i jest taka sama jak promień półkuli oraz taka sama jak promień podstawy walca.

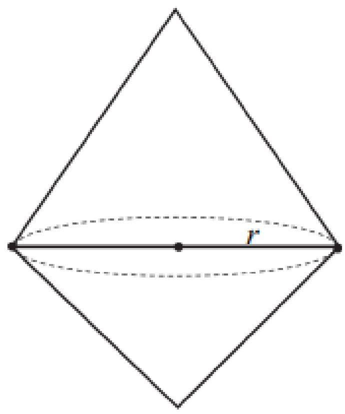


Objętość tej bryły jest równa

A. $\frac{5}{3}\pi r^3$ **B.** $\frac{4}{3}\pi r^3$ **C.** $\frac{2}{3}\pi r^3$ **D.** $\frac{1}{3}\pi r^3$

Zadanie 25. (0–1)

Dwa stożki o takich samych podstawach połączono podstawami w taki sposób jak na rysunku. Stosunek wysokości tych stożków jest równy $3:2$. Objętość stożka o krótszej wysokości jest równa $12\ \text{cm}^3$.



Objętość bryły utworzonej z połączonych stożków jest równa

A. $20\ \text{cm}^3$ **B.** $30\ \text{cm}^3$ **C.** $39\ \text{cm}^3$ **D.** $52{,}5\ \text{cm}^3$

- Pola podstawy, boczne, całkowite, przekrojów

Zadanie 23. ***(1 pkt)***
Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o wymiarach $5\times3\times4$ jest równe

A. 94 **B.** 60 **C.** 47 **D.** 20

Zadanie 21. ***(1 pkt)***
Pole powierzchni bocznej stożka o wysokości 4 i promieniu podstawy 3 jest równe

A. 9π **B.** 12π **C.** 15π **D.** 16π

Zadanie 23. (0–1)
Każda krawędź graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość równą 8. Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe

A. $\frac{8^2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+3\right)$ **B.** $8^2\cdot\sqrt{3}$ **C.** $\frac{8^2\sqrt{6}}{3}$ **D.** $8^2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+3\right)$

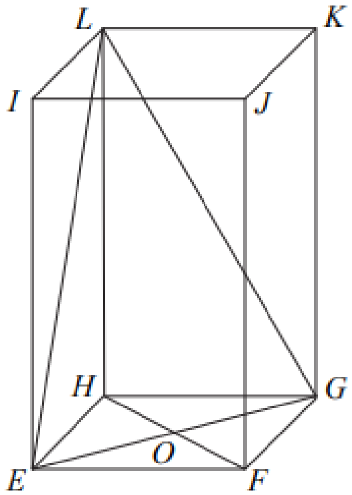
Zadanie 24. (0–1)
Przekątna sześcianu ma długość $4\sqrt{3}$. Pole powierzchni tego sześcianu jest równe

A. 96 **B.** $24\sqrt{3}$ **C.** 192 **D.** $16\sqrt{3}$

● Rysowanie i liczenie kątów

Zadanie 21. (0–1)

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym $EFGHIJKL$ wierzchołki E, G, L połączono odcinkami (tak jak na rysunku).

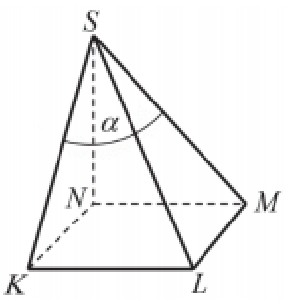


Wskaż kąt między wysokością OL trójkąta EGL i płaszczyzną podstawy tego graniastosłupa.

A. $\sphericalangle HOL$ **B.** $\sphericalangle OGL$ **C.** $\sphericalangle HLO$ **D.** $\sphericalangle OHL$

Zadanie 20. (0–1)

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat $KLMN$ o boku długości 4. Wysokością tego ostrosłupa jest krawędź NS, a jej długość też jest równa 4 (zobacz rysunek).



Kąt α, jaki tworzą krawędzie KS i MS, spełnia warunek

A. $\alpha = 45°$ **B.** $45° < \alpha < 60°$ **C.** $\alpha > 60°$ **D.** $\alpha = 60°$

● Długości boków, przekątnych, wysokości, tworzących itp.

Pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 20. ***(1 pkt)***
Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 54. Długość przekątnej tego sześcianu jest równa

A. $\sqrt{6}$ **B.** 3 **C.** 9 **D.** $3\sqrt{3}$

Zadanie 20. ***(1 pkt)***
Tworząca stożka ma długość 4 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45°. Wysokość tego stożka jest równa

A. $2\sqrt{2}$ **B.** 16π **C.** $4\sqrt{2}$ **D.** 8π

Zadanie 25. ***(1 pkt)***
Objętość graniastosłupa prawidłowego trójkątnego o wysokości 7 jest równa $28\sqrt{3}$. Długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa jest równa

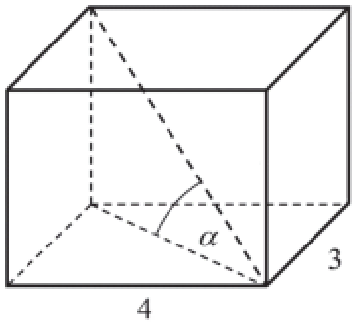
A. 2 **B.** 4 **C.** 8 **D.** 16

Zadanie 21. (0–1)

Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego czworokątnego, w którym wysokość jest 3 razy dłuższa od krawędzi podstawy, jest równe 140. Zatem krawędź podstawy tego graniastosłupa jest równa

A. $\sqrt{10}$ **B.** $3\sqrt{10}$ **C.** $\sqrt{42}$ **D.** $3\sqrt{42}$

Zadanie 21. (0–1)
Podstawą graniastosłupa prostego jest prostokąt o bokach długości 3 i 4. Kąt α, jaki przekątna tego graniastosłupa tworzy z jego podstawą, jest równy 45° (zobacz rysunek).



Wysokość graniastosłupa jest równa

A. 5 **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** $5\sqrt{2}$ **D.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 22. (0–1)
Promień kuli i promień podstawy stożka są równe 4. Pole powierzchni kuli jest równe polu powierzchni całkowitej stożka. Długość tworzącej stożka jest równa

A. 8 **B.** 4 **C.** 16 **D.** 12

• Wyznaczanie liczby krawędzi, wierzchołków, ścian

Zadanie 24. *(1 pkt)*
Ostrosłup ma 18 wierzchołków. Liczba wszystkich krawędzi tego ostrosłupa jest równa

A. 11 **B.** 18 **C.** 27 **D.** 34

Zadanie 20. *(1 pkt)*
Liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa jest o 10 większa od liczby wszystkich jego ścian bocznych. Stąd wynika, że podstawą tego graniastosłupa jest

A. czworokąt **B.** pięciokąt **C.** sześciokąt **D.** dziesięciokąt

Zadanie 19. *(1 pkt)*
Jeżeli ostrosłup ma 10 krawędzi, to liczba ścian bocznych jest równa

A. 5 **B.** 7 **C.** 8 **D.** 10

Zadanie 23. (0–1)

W każdym n–kącie wypukłym ($n \geq 3$) liczba przekątnych jest równa $\frac{n(n-3)}{2}$. Wielokątem wypukłym, w którym liczba przekątnych jest o 25 większa od liczby boków, jest

A. siedmiokąt. **B.** dziesięciokąt. **C.** dwunastokąt. **D.** piętnastokąt.

● Wyznaczanie wielkości ze wzorów

Zadanie 20. ***(1 pkt)***

Stożek i walec mają takie same podstawy i równe pola powierzchni bocznych. Wtedy tworząca stożka jest

A. sześć razy dłuższa od wysokości walca.

B. trzy razy dłuższa od wysokości walca.

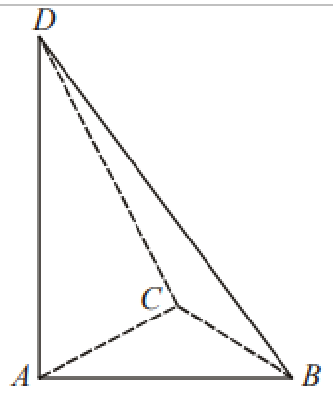
C. dwa razy dłuższa od wysokości walca.

D. równa wysokości walca.

● „Zadania mieszane"

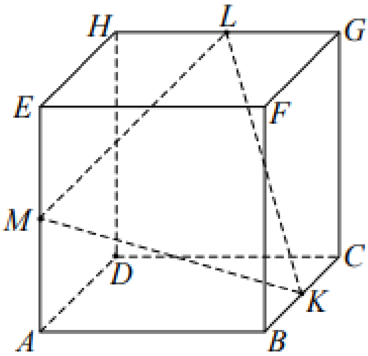
Zadanie 32. ***(4 pkt)***

Podstawą ostrosłupa $ABCD$ jest trójkąt ABC. Krawędź AD jest wysokością ostrosłupa (zobacz rysunek). Oblicz objętość ostrosłupa $ABCD$, jeśli wiadomo, że $|AD| = 12$, $|BC| = 6$, $|BD| = |CD| = 13$.



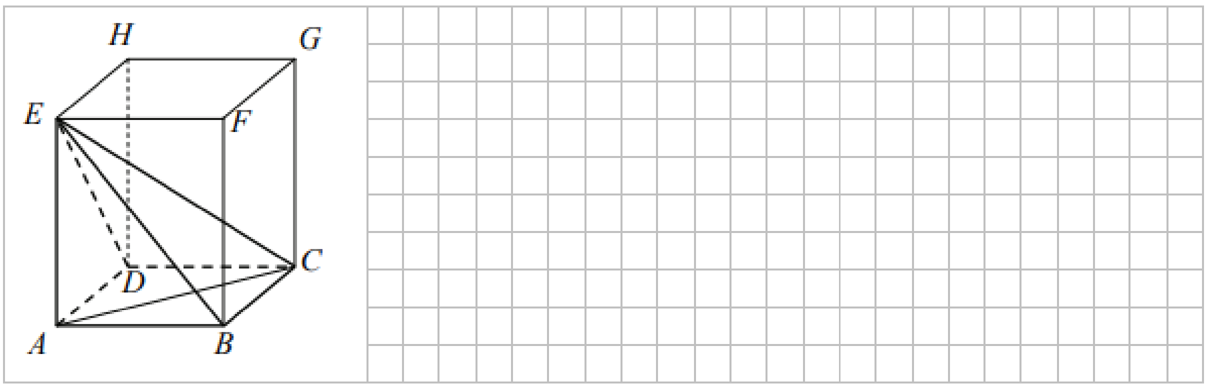
Objętość brył – 1ptk, Pole przekroju – 1ptk, Długości odcinków – 2ptk

Zadanie 33. ***(4 pkt)***
Punkty K, L i M są środkami krawędzi BC, GH i AE sześcianu $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 1 (zobacz rysunek). Oblicz pole trójkąta KLM.



Podobieństwo i przystawanie figur – 1ptk, Pole przekroju – 1ptk, Długości odcinków – 2ptk

Zadanie 33. ***(4 pkt)***
W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCDEFGH$ przekątna AC podstawy ma długość 4. Kąt ACE jest równy $60°$. Oblicz objętość ostrosłupa $ABCDE$ przedstawionego na poniższym rysunku.



Objętość brył – 1ptk, Pole podstawy – 1ptk, Długości odcinków – 2ptk

Zadanie 33. ***(4 pkt)***
Pole podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe 100 cm^2, a jego pole powierzchni bocznej jest równe 260 cm^2. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Objętość brył – 2ptk, Długości odcinków – 2ptk

Zadanie 32. ***(4 pkt)***
Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jest równe 198. Stosunki długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z tego samego wierzchołka prostopadłościanu to $1 : 2 : 3$. Oblicz długość przekątnej tego prostopadłościanu.

Pole całkowite – 1ptk, Długości odcinków – 2ptk, Wyznaczanie wielkości ze wzorów – 1ptk

Zadanie 32. (0–4)
Wysokość graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 16. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny jego podstawy pod kątem, którego cosinus jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

Pole całkowite – 1ptk, Rysowanie i liczenie kątów – 1ptk, Długości odcinków – 2ptk

Zadanie 33. (0–5)
Podstawą ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ jest trójkąt równoboczny ABC. Wysokość SO tego ostrosłupa jest równa wysokości jego podstawy. Objętość tego ostrosłupa jest równa 27. Oblicz pole powierzchni bocznej ostrosłupa $ABCS$ oraz cosinus kąta, jaki tworzą wysokość ściany bocznej i płaszczyzna podstawy ostrosłupa.

Pole podstawy, boczne – 2ptk, Rysowanie i liczenie kątów – 1ptk, Długości odcinków – 2ptk

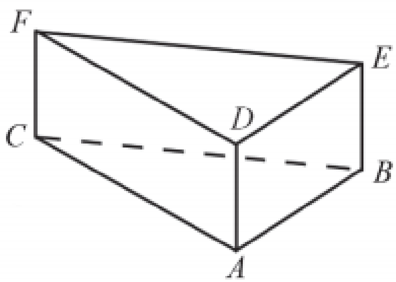
Zadanie 34. (0–4)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wysokość ściany bocznej prostopadła do krawędzi podstawy ostrosłupa jest równa $\frac{5\sqrt{3}}{4}$, a pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe $\frac{15\sqrt{3}}{4}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Objętość bryły – 1ptk, Pole podstawy – 1ptk, Długości odcinków – 2ptk

Zadanie 34. (0–4)

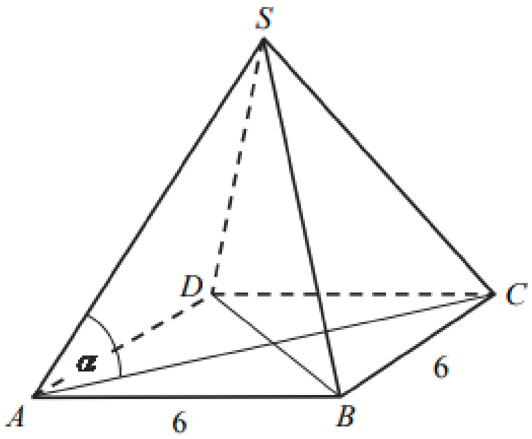
Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny (zobacz rysunek). Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe $45\sqrt{3}$. Pole podstawy graniastosłupa jest równe polu jednej ściany bocznej. Oblicz objętość tego graniastosłupa.



Objętość bryły – 1ptk, Pole podstawy – 1ptk, Długości odcinków – 2ptk

Zadanie 34. (0–5)

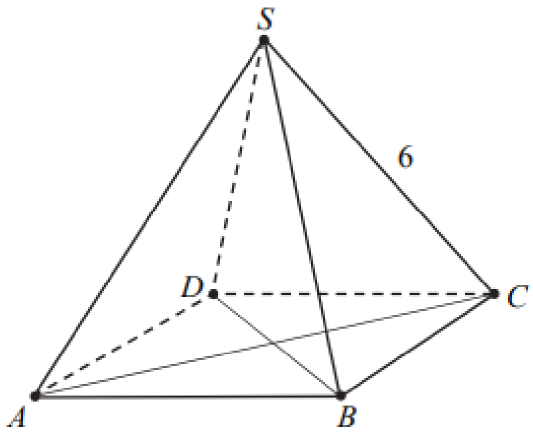
Długość krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 6. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest cztery razy większe od pola jego podstawy. Kąt α jest kątem nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy (zobacz rysunek). Oblicz cosinus kąta α.



Pola podstawy, całkowite, boczne – 2ptk, Rysowanie i liczenie kątów – 1ptk, Długości odcinków – 2ptk

Zadanie 34. (0–5)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny *ABCDS*, którego krawędź boczna ma długość 6 (zobacz rysunek). Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem, którego tangens jest równy $\sqrt{7}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Objętość bryły – 1ptk, Wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznej – 1ptk, Pole podstawy – 1ptk, Długości odcinków – 2ptk

Prawdopodobieństwo i statystyka

● Prawdopodobieństwo

Turbo-pewniak (dla zadań zamkniętych i otwartych)

Zadanie 33. *(4 pkt)*
Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że w pierwszym rzucie otrzymamy parzystą liczbę oczek i iloczyn liczb oczek w obu rzutach będzie podzielny przez 12. Wynik przedstaw w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

Zadanie 22. *(1 pkt)*
Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo otrzymania sumy oczek równej trzy wynosi

A. $\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{1}{9}$ **C.** $\frac{1}{12}$ **D.** $\frac{1}{18}$

Zadanie 30. *(2 pkt)*
Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, ..., 7\}$ losujemy kolejno dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania liczb, których suma jest podzielna przez 3.

Zadanie 31. *(2 pkt)*
Ze zbioru liczb $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A, polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest podzielny przez 6.

Zadanie 22. *(1 pkt)*
Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Niech p oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia, że iloczyn liczb wyrzuconych oczek jest równy 5. Wtedy

A. $p=\frac{1}{36}$ **B.** $p=\frac{1}{18}$ **C.** $p=\frac{1}{12}$ **D.** $p=\frac{1}{9}$

Zadanie 23. *(1 pkt)*
Jeżeli A jest zdarzeniem losowym, a A' – zdarzeniem przeciwnym do zdarzenia A oraz zachodzi równość $P(A)=2\cdot P(A')$, to

A. $P(A)=\frac{2}{3}$ **B.** $P(A)=\frac{1}{2}$ **C.** $P(A)=\frac{1}{3}$ **D.** $P(A)=\frac{1}{6}$

Zadanie 30. ***(2 pkt)***

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A, polegającego na wylosowaniu liczb, z których pierwsza jest większa od drugiej o 4 lub 6.

Zadanie 25. (0–1)

W każdym z trzech pojemników znajduje się para kul, z których jedna jest czerwona, a druga – niebieska. Z każdego pojemnika losujemy jedną kulę. Niech p oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie dwie z trzech wylosowanych kul będą czerwone. Wtedy

A. $p = \frac{1}{4}$ **B.** $p = \frac{3}{8}$ **C.** $p = \frac{1}{2}$ **D.** $p = \frac{2}{3}$

Zadanie 22. (0–1)

Rzucamy trzy razy symetryczną monetą. Niech p oznacza prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie dwóch orłów w tych trzech rzutach. Wtedy

A. $0 \le p < 0,2$ **B.** $0,2 \le p \le 0,35$ **C.** $0,35 < p \le 0,5$ **D.** $0,5 < p \le 1$

Zadanie 34. (0–4)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy kolejno dwa razy po jednej liczbie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie równa 30. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

Zadanie 25. (0–1)

Ze zbioru dwudziestu czterech kolejnych liczb naturalnych od 1 do 24 losujemy jedną liczbę. Niech A oznacza zdarzenie, że wylosowana liczba będzie dzielnikiem liczby 24. Wtedy prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{8}$ **D.** $\frac{1}{6}$

Zadanie 33. (0–2)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosujemy liczbę, która jest równocześnie mniejsza od 40 i podzielna przez 3. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

Zadanie 25. (0–1)

W pudełku jest 50 kuponów, wśród których jest 15 kuponów przegrywających, a pozostałe kupony są wygrywające. Z tego pudełka w sposób losowy wyciągamy jeden kupon. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wyciągniemy kupon wygrywający, jest równe

A. $\frac{15}{35}$ **B.** $\frac{1}{50}$ **C.** $\frac{15}{50}$ **D.** $\frac{35}{50}$

Zadanie 33. (0–4)

Dane są dwa zbiory: $A=\{100, 200, 300, 400, 500, 600, 700\}$ i $B=\{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$. Z każdego z nich losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie podzielna przez 3. Obliczone prawdopodobieństwo zapisz w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

Zadanie 25. (0–1)

W pudełku jest 40 kul. Wśród nich jest 35 kul białych, a pozostałe to kule czerwone. Prawdopodobieństwo wylosowania każdej kuli jest takie samo. Z pudełka losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymamy kulę czerwoną, jest równe

A. $\frac{1}{8}$ **B.** $\frac{1}{5}$ **C.** $\frac{1}{40}$ **D.** $\frac{1}{35}$

Zadanie 30. (0–2)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest liczbą nieparzystą.

Zadanie 30. (0–2)

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że co najmniej jeden raz wypadnie ścianka z pięcioma oczkami.

Zadanie 26. (0–1)

Z wierzchołków sześcianu $ABCDEFGH$ losujemy jednocześnie dwa różne wierzchołki. Prawdopodobieństwo tego, że wierzchołki te będą końcami przekątnej sześcianu $ABCDEFGH$, jest równe

A. $\frac{1}{7}$ **B.** $\frac{4}{7}$ **C.** $\frac{1}{14}$ **D.** $\frac{3}{7}$

Zadanie 34. (0–2)

Gracz rzuca dwukrotnie symetryczną sześcienną kostką do gry i oblicza sumę liczb wyrzuconych oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek jest równa 4 lub 5, lub 6.

● Mediana i dominanta

Zadanie 24. ***(1 pkt)***

Mediana uporządkowanego niemalejąco zestawu sześciu liczb: $1, 2, 3, x, 5, 8$ jest równa 4. Wtedy

A. $x=2$ **B.** $x=3$ **C.** $x=4$ **D.** $x=5$

Zadanie 25. ***(1 pkt)***

Mediana zestawu danych $2,\ 12,\ a,\ 10,\ 5,\ 3$ jest równa 7. Wówczas

A. $a=4$ **B.** $a=6$ **C.** $a=7$ **D.** $a=9$

Zadanie 25. (0–1)

Średnia arytmetyczna sześciu liczb naturalnych: 31, 16, 25, 29, 27, x, jest równa $\frac{x}{2}$. Mediana tych liczb jest równa

A. 26 **B.** 27 **C.** 28 **D.** 29

Zadanie 23. (0–1)

Mediana zestawu sześciu danych liczb: 4, 8, 21, a, 16, 25, jest równa 14. Zatem

A. $a=7$ **B.** $a=12$ **C.** $a=14$ **D.** $a=20$

Zadanie 23. (0–1)
Cztery liczby: 2, 3, a, 8, tworzące zestaw danych, są uporządkowane rosnąco. Mediana tego zestawu czterech danych jest równa medianie zestawu pięciu danych: 5, 3, 6, 8, 2. Zatem

A. $a=7$ **B.** $a=6$ **C.** $a=5$ **D.** $a=4$

Zadanie 28. (0–1)
Sześciowyrazowy ciąg liczbowy $(1, 2, 2x, x+2, 5, 6)$ jest niemalejący. Mediana wyrazów tego ciągu jest równa 4. Wynika stąd, że

A. $x=1$ **B.** $x=\frac{3}{2}$ **C.** $x=2$ **D.** $x=\frac{8}{3}$

● Średnia arytmetyczna i ważona

Zadanie 25. ***(1 pkt)***
Średnia arytmetyczna dziesięciu liczb $x, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 4, 1, 5$ jest równa 3. Wtedy

A. $x=2$ **B.** $x=3$ **C.** $x=4$ **D.** $x=5$

Zadanie 23. ***(1 pkt)***
Uczniowie pewnej klasy zostali poproszeni o odpowiedź na pytanie: „Ile osób liczy twoja rodzina?” Wyniki przedstawiono w tabeli:

Liczba osób w rodzinie	liczba uczniów
3	6
4	12
x	2

Średnia liczba osób w rodzinie dla uczniów tej klasy jest równa 4. Wtedy liczba x jest równa

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 7

Zadanie 25. ***(1 pkt)***
Średnia arytmetyczna cen sześciu akcji na giełdzie jest równa 500 zł. Za pięć z tych akcji zapłacono 2300 zł. Cena szóstej akcji jest równa

A. 400 zł **B.** 500 zł **C.** 600 zł **D.** 700 zł

Zadanie 24. (0–1)
Średnia arytmetyczna zestawu danych:

$$2, 4, 7, 8, 9$$

jest taka sama jak średnia arytmetyczna zestawu danych:

$$2, 4, 7, 8, 9, x.$$

Wynika stąd, że

A. $x = 0$ **B.** $x = 3$ **C.** $x = 5$ **D.** $x = 6$

Zadanie 24. (0–1)
Średnia arytmetyczna ośmiu liczb: 3, 5, 7, 9, x, 15, 17, 19 jest równa 11. Wtedy

A. $x = 1$ **B.** $x = 2$ **C.** $x = 11$ **D.** $x = 13$

• Działania na zbiorach / liczenie elementów

Zadanie 24. ***(1 pkt)***
Flagę, taką jak pokazano na rysunku, należy zszyć z trzech jednakowej szerokości pasów kolorowej tkaniny. Oba pasy zewnętrzne mają być tego samego koloru, a pas znajdujący się między nimi ma być innego koloru.
Liczba różnych takich flag, które można uszyć, mając do dyspozycji tkaniny w 10 kolorach, jest równa

A. 100 **B.** 99 **C.** 90 **D.** 19

Zadanie 24. ***(1 pkt)***
Na ile sposobów można wybrać dwóch graczy spośród 10 zawodników?
A. 100 **B.** 90 **C.** 45 **D.** 20

Zadanie 24. (0–1)
Ile jest wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych mniejszych od 2018 i podzielnych przez 5?

A. 402 **B.** 403 **C.** 203 **D.** 204

Zadanie 24. (0–1)
Wszystkich liczb pięciocyfrowych, w których występują wyłącznie cyfry 0, 2, 5, jest

A. 12 **B.** 36 **C.** 162 **D.** 243

Zadanie 21. (0–1)
Ile jest wszystkich dwucyfrowych liczb naturalnych utworzonych z cyfr: 1, 3, 5, 7, 9, w których cyfry się nie powtarzają?

A. 10 **B.** 15 **C.** 20 **D.** 25

Zadanie 3. (0–1)
Rozważamy przedziały liczbowe $(-\infty, 5)$ i $\langle -1, +\infty)$. Ile jest wszystkich liczb całkowitych, które należą jednocześnie do obu rozważanych przedziałów?

A. 6 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 7

Zadanie 27. (0–1)
Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, większych od 700, w których każda cyfra należy do zbioru $\{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$ i żadna cyfra się nie powtarza, jest

A. 108 **B.** 60 **C.** 40 **D.** 299

• Błąd względny i bezwzględny – brak zadań

• Odchylenie standardowe

Zadanie 23. (0–1)

W zestawie $\underbrace{2,2,2,...,2}_{m \text{ liczb}},\underbrace{4,4,4,...,4}_{m \text{ liczb}}$ jest $2m$ liczb $(m \geq 1)$, w tym m liczb 2 i m liczb 4.

Odchylenie standardowe tego zestawu liczb jest równe

- „Zadania mieszane”

Zadanie 33. (0–4)

Wśród 115 osób przeprowadzono badania ankietowe, związane z zakupami w pewnym kiosku. W poniższej tabeli przedstawiono informacje o tym, ile osób kupiło bilety tramwajowe ulgowe oraz ile osób kupiło bilety tramwajowe normalne.

Rodzaj kupionych biletów	Liczba osób
ulgowe	76
normalne	41

Uwaga! 27 osób spośród ankietowanych kupiło oba rodzaje biletów.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że osoba losowo wybrana spośród ankietowanych nie kupiła żadnego biletu. Wynik przedstaw w formie nieskracalnego ułamka.

Prawdopodobieństwo – 2ptk, Działania na zbiorach – 2ptk

Zadanie 26. (0–2)

W tabeli przedstawiono roczne przyrosty wysokości pewnej sosny w ciągu sześciu kolejnych lat.

kolejne lata	1	2	3	4	5	6
przyrost (w cm)	10	10	7	8	8	7

Oblicz średni roczny przyrost wysokości tej sosny w badanym okresie sześciu lat. Otrzymany wynik zaokrąglij do 1 cm. Oblicz błąd względny otrzymanego przybliżenia. Podaj ten błąd w procentach.

Średnia arytmetyczna – 1ptk, Błąd względny/bezwzględny – 1ptk

Schematy rozwiązań i porady do „turbo-pewniaków” i „pewniaków”

Schemat do „turbo-pewniaków”:

1. Procenty – w tych zadaniach ciężko wyznaczyć jakiś schemat ze względu na to, że może być pytanie o zupełnie różne rzeczy. Umiejętność liczenia podwyżek, obniżek, procenta z liczby całkowicie powinny wystarczyć. Warto też wiedzieć, czym się różni procent od punktu procentowego.
2. Logarytmy – wszystkie potrzebne wzory są na drugiej stronie karty wzorów.
3. Równania:
   A. W przypadku, gdy mamy sytuację: nawias razy nawias (tych mnożonych nawiasów może być więcej) równa się zero, to wystarczy każdy z tych nawiasów przyrównać do zera.
   B. Gdy mamy równanie pierwszego stopnia (bez potęg) postępujemy następująco (niektórych operacji nie trzeba wykonywać):
      - Wyznaczamy dziedzinę (gdy „x” jest w mianowniku)
      - Pozbywamy się wszystkich nawiasów
      - Pozbywamy się wszystkich ułamków
      - Przenosimy „iksy” na jedną stronę, liczby na drugą
      - Dodajemy wyrazy podobne
      - Dzielimy przez liczbę, która stoi przy „x”

   UWAGA – na końcu sprawdzamy, czy nasze rozwiązanie znajduje się w dziedzinie.

4. Ciąg arytmetyczny – potrzebne wzory znajdują się na trzeciej stronie w karcie wzorów. Warto również pamiętać o następującej prawidłowości:

$$a_8 = a_3 + 5r$$

$$a_4 = a_3 + r$$

$$a_{13} = a_{10} + 3r$$

$$a_{18} = a_6 + 12r$$

$$a_{33} = a_{14} + 19r$$

To są tylko przykłady. Myślę, że próba tłumaczenia tego, co się dzieje w tych równaniach mogłaby tylko wprowadzić niepotrzebne zamieszanie 😊.

5. Ciąg geometryczny – podobnie jak w przypadku arytmetycznego wszystkie wzory są na trzeciej stronie karty wzorów. W tym przypadku prawidłowości są następujące:

$$a_4 = a_1 * q^3$$

$$a_6 = a_5 * q$$

$$a_8 = a_2 * q^6$$

$$a_{14} = a_{11} * q^3$$

$$a_{20} = a_8 * q^{12}$$

6. Kąt środkowy i kąt wpisany – wzór z 10. strony karty wzorów całkowicie wyjaśnia sprawę – kąt, który znajduje się w środku jest zawsze dwa razy większy wpisanego opartego na tym samym łuku (odcinki wychodzą z tych samych punktów na okręgu).
7. Prawdopodobieństwo (poniższe zasady tyczą się zadań zamkniętych i otwartych):
   a) Obliczenie, ile jest wszystkich możliwych zdarzeń (omega)
   b) Wyznaczenie wszystkie zdarzenia sprzyjające, tzn. należy przez siebie wymnożyć odpowiednie wartości lub wypisać te zdarzenia (w przypadku, gdy jest ich mniej niż powiedzmy 50 to proponuję zdecydowanie drugą opcję – zajmuje to więcej czasu, ale jest bardziej pewne)
   c) Podzielić zdarzenia sprzyjające przez wszystkie i skrócić ułamek.
8. Nierówność kwadratowa:
   a) Sprowadzenie wszystkiego na jedną stronę
   b) Wyznaczenie a, b, c
   c) Policzenie Δ
   d) Policzenie x_1 i x_2
   e) Zaznaczenie tych wartości na osi liczbowej
   f) Narysowanie paraboli z odpowiednio skierowanymi ramionami (w górę lub w dół)
   g) Wyznaczenie przedziału.
9. Stereometria – ze względu na bardzo szeroki zakres zadań, jakie mogą się pojawić praktycznie niemożliwe jest podanie „przepisu”. Tego typu zadania proponuję robić „od tyłu” – przedstawię to na przykładzie:

Zadanie 32. (0–4)
Wysokość graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 16. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny jego podstawy pod kątem, którego cosinus jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

W tym zadaniu bezwzględnie należy zacząć od rysunku. Gdy już go mamy PRAWIDŁOWO naszkicowanego można przejść do działania. Finalnie należy policzyć pole całkowite. Do P_c potrzebujemy pola podstawy i pola bocznego.
Wiadomo, że w podstawie jest kwadrat. Do policzenia pola kwadratu potrzebujemy jego boku, czyli tak naprawdę długości krawędzi podstawy. Żeby policzyć długość krawędzi podstawy musimy znać długość przekątnej podstawy. Ta z kolei jest jedną z przyprostokątnych trójkąta prostokątnego, w którym jest znany cosinus kąta α i jeden z boków(wysokość), zatem bez problemu jesteśmy w stanie wyznaczyć pozostałe boki. Jeśli więc policzymy przekątną podstawy to również wyznaczymy pole podstawy.
Cztery ściany boczne są prostokątami o bokach długości krawędzi podstawy graniastosłupa i wysokości, zetem bezproblemowo można je policzyć.
Na koniec sumujemy $2P_p$ i P_b i mamy wynik.

Schemat do „pewniaków”:

1. Potęgi – wzory są podane na pierwszej stronie karty wzorów. Warto pamiętać, że cokolwiek do potęgi zerowej jest równe 1.
2. Nierówności – schemat jest identyczny, jak w przypadku rozwiązywania równań. Różnica polega na tym, że na końcu należy wyznaczyć przedział. Bardzo ważne jest, żeby pamiętać o obróceniu znaku nierówności przy mnożeniu lub dzieleniu przez liczbę ujemną.
3. Układy równań – zdecydowanie bardziej preferuję metodę przeciwnych współczynników.
   a) Doprowadzenie wszystkich niewiadomych na jedną stronę i liczb na drugą
   b) Dobranie „wspólnej liczby” dla „x” lub „y” (jedna wartość musi być dodatnia, druga ujemna
   c) Dodanie do siebie stronami (jedna niewiadoma powinna się zredukować)
   d) Wyznaczenie jednej niewiadomej
   e) Podstawienie jej do dowolnego równania i wyliczenie drugiej niewiadomej

   Należy pamiętać, że rozwiązanie jest tak naprawdę punktem przecięcia się prostych w układzie współrzędnych o tychże współrzędnych. Przykładowo, gdy x=3, y=1 to punkt przecięcia ma współrzędne P=(3;1).

4. Miejsce zerowe:

a) Za f(x) podstawić 0
b) Rozwiązać zadanie stosując schemat przy rozwiązywaniu równań.

5. Wyznaczenie parametru / współczynnika:
   a) Za „x" należy podstawić pierwszą współrzędną punktu, a za „y" drugą. Przykładowo jeśli podany jest punkt P=(2;5) to x=2, y=5
   b) Rozwiązać zadanie stosując schemat przy rozwiązywaniu równań.
6. Równania i wyrażenia trygonometryczne.
   a) W przypadku, gdy jest podana wartość jednej funkcji trygonometrycznej to najlepsze jest narysowanie trójkąta prostokątnego i zaznaczenie dwóch odpowiednich boków i kąta na rysunku. Wtedy można policzyć trzeci bok (z twierdzenia Pitagorasa) i bez problemu można wyznaczyć resztę funkcji trygonometrycznych
   b) Gdy jest podana funkcja niestandardowego kąta (innego niż 30˚, 45˚, 60˚) to wartość funkcji należy odczytać z 20. (ostatniej) strony karty wzorów
   c) Warto również pamiętać o dwóch wzorach – jedynce trygonometrycznej i tangensie (w niektórych zadaniach warto je zastosować), oraz tabelce kątów 30˚, 45˚, 60˚, które znajdują się na 15. stronie karty wzorów.
7. Para prostych równoległych
   a) Porównanie ze sobą współczynników „a", które stoją przy „x" – wzór znajduje się na dole strony 5. karty wzorów
   b) Rozwiązanie prostego równania
8. Para prostych prostopadłych
   a) Zastosowanie wzoru z dołu piątej strony karty wzorów – iloczyn (mnożenie) wartości stojących przy „x" musi być równy -1
   b) Rozwiązanie prostego równania.
9. Podobieństwo i przystawania figur – wszystkie warunki przystawania i cechy podobieństwa trójkątów są opisane na 9. i 10. stronie karty wzorów. Tak w maksymalnym skrócie – najmniejszy bok trójkąta pierwszego dzielimy przez najmniejszy bok trójkąta drugiego, średni bok trójkąta pierwszego dzielimy przez średni bok trójkąta drugiego, a największy kąt trójkąta pierwszego dzielimy przez największy trójkąta drugiego. Za każdym razem wychodzi to samo.
   Jako takiego schematu do tych zadań nie ma.
10. Objętości brył – wszystkie wzory są podane na 13. i 14. stronie karty wzorów. Jeśli chodzi o pole podstawy to należy ustalić, jaka figura się tam znajduje. Pola figur są opisane na 8. 9. i 10. stronie karty wzorów. Jeśli pojawia się w zadaniu słówko „prawidłowy" – oznacza to, że w podstawie jest wielokąt foremny (trójkąt równoboczny lub kwadrat – innych możliwości na maturze podstawowej nigdy nie było).
11. Długości boków, przekątnych, wysokości, tworzących itp. – tutaj korzystamy tylko i wyłącznie z twierdzenia Pitagorasa lub funkcji trygonometrycznych (gdy pojawia się

kąt 30˚, 45˚ lub 60˚). W przypadku ostrosłupa prawidłowego trójkątnego należy pamiętać, że spodek wysokości dzieli wysokość podstawy (wysokość trójkąta równobocznego) w stosunku 2:1 – jeden z odcinków jest dwa razy dłuższy od drugiego. Warto sobie robić rysunki pomocnicze trójkątów, których boki należy wyznaczyć.

12. Wzory skróconego mnożenia – znajdują na 3. stronie karty wzorów i powinny Was interesować tylko te trzy podstawowe (z potęgą drugą). Jeśli pojawia się zadanie otwarte, w którym jest nierówność i dwie niewiadome to na 100% należy użyć tych wzorów. Całe działanie należy doprowadzić do takiej postaci, żeby po jednej stronie był jakiś nawias podniesiony do kwadratu (może być nawias do kwadratu + niewiadoma do kwadratu – zależy to od zadania) a po drugiej stronie 0.
13. Równanie wielomianowe – na nowej maturze ani razu nie pojawiło się „grupowanie”, więc przedstawię schemat dla przykładów, które się pojawiły:
    a) Przyrównanie wartości pierwszego nawiasu do zera
    b) Wyznaczenie pierwszego rozwiązania
    c) Przyrównanie drugiego nawiasu do zera (tego z funkcją kwadratową)
    d) Policzenie delty
    e) Policzenie drugiego i trzeciego rozwiązania (gdy delta jest większa od zera)

    ABSOLUTNIE NIE NALEŻY ZE SOBĄ WYMNAŻAĆ TYCH NAWIASÓW, GDYŻ „x” WYJDZIE W WYSOKIEJ POTĘDZE!

14. Geometria analityczna – zakres tych zadań otwarty jest na tyle szeroki, że nie można podać ogólnego schematu rozwiązania. Przede wszystkim na samym początku należy narysować DOBRZE opisaną sytuację w układzie współrzędnych. Wzory, które mogą się przydać:
    a) Długość odcinka – potrzebne np. do policzenia odległości między punktami figury
    b) Środek odcinka – należy go policzyć, gdy jest mowa o symetralnej (prostej przechodzącej przez środek odcinka pod kątem prostym)
    c) Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty – podstawiając do wzoru (chyba najbardziej skomplikowanego stosowanego na maturze podstawowej) BARDZO trzeba uważać na znaki, gdyż bardzo łatwo się pomylić
    d) Równania opisujące warunek prostopadłości i równoległości

    Wszystkie powyższe wzory znajdują się na 4. i 5. stronie karty wzorów.

15. Wyznaczanie miar kątów – do policzenia tego typu zadań niezbędne jest, aby wiedzieć, że suma kątów w trójkącie to 180˚, a w każdym czworokącie (kwadracie, prostokącie, trapezie, rombie itp.) 360˚. Warto też szukać trójkątów równoramiennych, gdyż mają one dwa takie same kąty. Bardzo często jest niezbędne zauważenie tej zależności, aby dalej móc liczyć zadanie.

Wnioski

Po zestawieniu wszystkich zadań z dziesięciu ostatnich lat z pewnością można zauważyć, że w sporej części polecenia są bardzo podobne albo takie same, zmieniają się jedynie dane. Uważam, że przerobienie sumiennie tego skryptu w całości po prostu musi przynieść pozytywny wynik na maturze. Bardzo istotną sprawą jest również właściwe korzystanie z karty wzorów – jest tam bardzo dużo odpowiedzi do zadań, wystarczy je tylko odpowiednio przeczytać. Dodatkowo proponuję zapamiętać schematy i rady, jakie daję w przedostatnim rozdziale – myślę, że one również mogą ułatwić rozwiązanie niektórych zadań. W innym skrypcie pt. *„Analiza punktowa zadań maturalnych z matematyki w latach 2010-2019”* (do pobrania na stronie www.mathmind.pl) przedstawiam w tabelkach i wykresach liczbę punktów z każdej matury, jaką można uzyskać za poszczególny dział. W jednym z rozdziałów „biorę pod lupę” zadania, które bardzo często się powtarzają i szacuję liczbę punktów, jaką można uzyskać robiąc je poprawnie.