Mathmind

„Zadania z czerwcowych i sierpniowych matur z lat 2015-2019 według działów”

AUTOR:

Grzegorz Pilarski

Nowa Sól 2020

Spis treści

Wstęp

Opracowanie zawiera wszystkie zadania (340 przykładów), które wystąpiły na maturach czerwcowych i sierpniowych w latach 2015-2019 (łącznie dziesięć arkuszy). Skrypt ten podzieliłem na 11 głównych działów i 68 poddziałów. Wybór kategorii jakiego dokonałem opiera się w głównej mierze o moje doświadczenie w rozwiązywaniu tego rodzaju zadań i jest całkowicie subiektywny. Oczywiście występują takie przykłady maturalne, których nie można w całości w sposób jednoznaczny przydzielić do określonej podkategorii. Zadania te umieściłem na końcu niektórych z działów w podkategorii „Zadania mieszane” (przy każdym z nich napisałem ile punktów powinno być przyznane za każdy temat). W przypadku zadań zamkniętych przydzielenie jest jednoznaczne mimo tego, że niektóre z zadań mają w sobie elementy kilku podkategorii (uznaję, że dodanie punktów połówkowych, których na maturze nie ma - wprowadziłoby za dużo zamieszania). W rozdziale „Statystyki punktowe za poszczególne działy i poddziały” przedstawiam, na jakie zadania należy zwrócić szczególną uwagę za względu na częstość występowania. Z pewnością może Ci to ułatwić sprawę przygotowywania się do matury.

Oznaczenia kolorystyczne stosowane w opracowaniu:

- Tytuł działu – występuje na zielonym tle
- Tytuł poddziału – występuje na fioletowym tle
- Turbo-pewniak – zadania, które co roku się powtarzają (przynajmniej 9/10 razy, zmieniają się jedynie dane), zaznaczone są na czerwonym tle
- Pewniak – zadania, które często się powtarzają (przynajmniej 7/10 razy), zaznaczone są na żółtym tle
- Zadania mieszane – występują na końcu niektórych działów, zawierają elementy z kilku tematów

W przypadku, gdy dany poddział nie zawiera żadnych zadań – oznacza to, że w ostatnich latach wystąpiły jakieś przykłady na maturach właściwych z tych tematów. Lista głównych działów i podkategorii prezentuje się następująco:

1. Liczby rzeczywiste	Procenty
	Potęgi
	Pierwiastki
	Logarytmy
	Wartość bezwzględna
	Wzory skróconego mnożenia
	Wyrażenia algebraiczne
	Usuwanie niewymierności z mianownika
2. Równania i nierówności	Równania
	Nierówności
	Proporcje
	Układy równań
3. Funkcje	Dziedzina
	Miejsce zerowe
	Liczenie wartości funkcji dla argumentu
	Wyznaczanie parametru / współczynnika
	Odczytywanie wartości z wykresu
	Przesuwanie wykresu
4. Funkcja kwadratowa	Miejsca zerowe
	Zbiór wartości
	Monotoniczność
	Wartości max i min
	Współczynniki a, b, c, oraz Δ
	Współrzędne wierzchołka
	Równanie osi symetrii
	Liczenie wartości funkcji dla argumentu
	Wyznaczenie wzoru na podstawie wykresu
	Nierówność kwadratowa
5. Wielomiany	Równanie wielomianowe
	Dodawanie wielomianów
6. Funkcje trygonometryczne	Wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznej kąta
	Wyznaczanie kąta na podstawie funkcji
	Równania i wyrażenia trygonometryczne
7. Ciągi	Ciąg arytmetyczny
	Ciąg geometryczny
	Ciąg niestandardowy

8. Geometria analityczna	Współrzędne środka, początku i końca odcinka
	Długość odcinka
	Kąt nachylenia prostej względem osi OX
	Równanie prostej na podstawie dwóch punktów
	Para prostych równoległych
	Para prostych prostopadłych
	Punkt przecięcia się prostych
	Symetria względem osi X, Y i początku układu współrzędnych
	Punkt przecięcia prostej z osią X lub Y
	Równanie okręgu
9. Planimetria	Podobieństwo i przystawanie figur
	Pola figur
	Kąt środkowy i wpisany
	Wyznaczanie miar kątów
	Trójkąty prostokątne (twierdzenie Pitagorasa)
	Trójkąty ekierki
	Liczba przekątnych
	Warunek istnienia trójkąta
	Suma miar kątów
	Skala podobieństwa
10. Stereometria	Objętości brył
	Pola podstawy, boczne, całkowite, przekrojów
	Rysowanie i liczenie kątów
	Długości boków, przekątnych, wysokości, tworzących itp.
	Wyznaczanie liczby krawędzi, wierzchołków, ścian
	Wyznaczanie wielkości ze wzorów
11. Prawdopodobieństwo i statystyka	Prawdopodobieństwo
	Mediana i dominanta
	Średnia arytmetyczna i ważona
	Działania na zbiorach / liczenie elementów
	Błąd względny i bezwzględny
	Odchylenie standardowe

Liczby rzeczywiste

• Procenty

Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 3. (0–1)
Przy 23-procentowej stawce podatku VAT cena brutto samochodu jest równa 45 018 zł. Jaka jest cena netto tego samochodu?

A. 34 663,86 zł **B.** 36 600 zł **C.** 44 995 zł **D.** 55 372,14 zł

Zadanie 2. (0–1)
Dany jest prostokąt o wymiarach $40\,\text{cm} \times 100\,\text{cm}$. Jeżeli każdy z dłuższych boków tego prostokąta wydłużymy o 20%, a każdy z krótszych boków skrócimy o 20%, to w wyniku obu przekształceń pole tego prostokąta

A. zwiększy się o 8%.
B. zwiększy się o 4%.
C. zmniejszy się o 8%.
D. zmniejszy się o 4%.

Zadanie 2. (0–1)
Cenę pewnego towaru podwyższono o 20%, a następnie nową cenę tego towaru podwyższono o 30%. Takie dwie podwyżki ceny tego towaru można zastąpić równoważną im jedną podwyżką

A. o 50% **B.** o 56% **C.** o 60% **D.** o 66%

Zadanie 2. (0–1)
Buty, które kosztowały 220 złotych, przeceniono i sprzedano za 176 złotych. O ile procent obniżono cenę butów?

A. 80 **B.** 20 **C.** 22 **D.** 44

Zadanie 2. (0–1)
Iloczyn dodatnich liczb a i b jest równy 1350. Ponadto 15% liczby a jest równe 10% liczby b. Stąd wynika, że b jest równe

A. 9 **B.** 18 **C.** 45 **D.** 50

Zadanie 4. (0–1)
Dane są dwa koła. Promień pierwszego koła jest większy od promienia drugiego koła o 30%. Wynika stąd, że pole pierwszego koła jest większe od pola drugiego koła

A. o mniej niż 50%, ale więcej niż 40%.

B. o mniej niż 60%, ale więcej niż 50%.

C. dokładnie o 60%.

D. o więcej niż 60%.

Zadanie 4. (0–1)
Po dwukrotnej obniżce, za każdym razem o 10% w stosunku do ceny obowiązującej w chwili obniżki, komputer kosztuje 1944 złote. Stąd wynika, że przed tymi obniżkami ten komputer kosztował

A. 2200 złotych. **B.** 2300 złotych. **C.** 2400 złotych. **D.** 3000 złotych.

Zadanie 1. (0–1)
Cena pewnego towaru w wyniku obniżki o 10% zmniejszyła się o 2 018 zł. Ten towar po tej obniżce kosztował

A. 20 180 zł **B.** 18 162 zł **C.** 2 108 zł **D.** 2 028 zł

Zadanie 4. (0–1)
Liczba dodatnia a jest zapisana w postaci ułamka zwykłego. Jeżeli licznik tego ułamka zmniejszymy o 50%, a jego mianownik zwiększymy o 50%, to otrzymamy liczbę b taką, że

A. $b=\frac{1}{4}a$ **B.** $b=\frac{1}{3}a$ **C.** $b=\frac{1}{2}a$ **D.** $b=\frac{2}{3}a$

Zadanie 3. (0–1)
Jeżeli 75% liczby a jest równe 177 i 59% liczby b jest równe 177, to

A. $b-a=26$ **B.** $b-a=64$ **C.** $a-b=26$ **D.** $a-b=64$

• Potęgi

Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 2. (0–1)

Wartość wyrażenia $\frac{\sqrt[5]{-32}\cdot 2^{-1}}{4}\cdot 2^2$ jest równa

A. $-\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** 1 **D.** -1

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\frac{9^5\cdot 5^9}{45^5}$ jest równa

A. 45^{40} **B.** 45^9 **C.** 9^4 **D.** 5^4

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\frac{7^6\cdot 6^7}{42^6}$ jest równa

A. 42^{36} **B.** 42^7 **C.** 6 **D.** 1

Zadanie 15. (0–1)

Słoń waży 5 ton, a waga mrówki jest równa 0,5 grama. Ile razy słoń jest cięższy od mrówki?

A. 10^6 **B.** 10^7 **C.** 10 **D.** 10^8

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\frac{4^5\cdot 5^4}{20^4}$ jest równa

A. 4^4 **B.** 20^{16} **C.** 20^5 **D.** 4

Zadanie 3. (0–1)

Suma $16^{24}+16^{24}+16^{24}+16^{24}$ jest równa

A. 4^{24} **B.** 4^{25} **C.** 4^{48} **D.** 4^{49}

Zadanie 29. (0–2)

Wykaż, że prawdziwa jest nierówność

$$(1,5)^{100}<6^{25}.$$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $9^9 \cdot 81^2$ jest równa

A. 81^4 **B.** 81 **C.** 9^{13} **D.** 9^{36}

Zadanie 8. (0–1)

Liczba $\dfrac{8^{20} - 2 \cdot 4^{20}}{2^{20} \cdot 4^{10}}$ jest równa

A. 0 **B.** $2^{20} - 2$ **C.** 2^{19} **D.** $4 - 2^{10}$

Zadanie 3. (0–1)

Dane są liczby $x = 4,5 \cdot 10^{-8}$ oraz $y = 1,5 \cdot 10^2$. Wtedy iloraz $\dfrac{x}{y}$ jest równy

A. $3 \cdot 10^{-10}$ **B.** $3 \cdot 10^{-6}$ **C.** $6,75 \cdot 10^{-10}$ **D.** $6,75 \cdot 10^{-6}$

Zadanie 9. (0–1)

Liczbą większą od 5 jest

A. $\left(\dfrac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}$ **B.** $\left(\dfrac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{5}}$ **C.** $125^{\frac{2}{3}}$ **D.** $125^{\frac{1}{3}}$

- **Pierwiastki**

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $2\sqrt{18} - \sqrt{32}$ jest równa

A. $2^{-\frac{3}{2}}$ **B.** $2^{-\frac{1}{2}}$ **C.** $2^{\frac{1}{2}}$ **D.** $2^{\frac{3}{2}}$

Zadanie 4. (0–1)

Liczba $\sqrt{\dfrac{9}{7}} + \sqrt{\dfrac{7}{9}}$ jest równa

A. $\sqrt{\dfrac{16}{63}}$ **B.** $\dfrac{16}{3\sqrt{7}}$ **C.** 1 **D.** $\dfrac{3+\sqrt{7}}{3\sqrt{7}}$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$ jest równa

A. $\sqrt[6]{3}$ **B.** $\sqrt[4]{3}$ **C.** $\sqrt[3]{3}$ **D.** $\sqrt{3}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\sqrt{\sqrt[3]{2}}$ jest równa

A. $2^{\frac{1}{6}}$ **B.** $2^{\frac{1}{5}}$ **C.** $2^{\frac{1}{3}}$ **D.** $2^{\frac{2}{3}}$

- Logarytmy

Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 5. (0–1)

Wartość wyrażenia $\log_5 0,04 - \frac{1}{2}\log_{25} 5 \cdot \log_{25} 1$ jest równa

A. -3 **B.** $-2\frac{1}{4}$ **C.** -2 **D.** 0

Zadanie 6. (0–1)

Wartość wyrażenia $\log_3 \frac{3}{2} + \log_3 \frac{2}{9}$ jest równa

A. -1 **B.** -2 **C.** $\log_3 \frac{5}{11}$ **D.** $\log_3 \frac{31}{18}$

Zadanie 4. (0–1)

Liczba $\frac{\log_3 729}{\log_6 36}$ jest równa

A. $\log_6 693$ **B.** 3 **C.** $\log_{\frac{1}{2}} \frac{81}{4}$ **D.** 4

Zadanie 4. (0–1)

Liczba $\log_3 27 - \log_3 1$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 3. (0–1)
Wartość wyrażenia $\log_4 8 + 5\log_4 2$ jest równa

A. 2 **B.** 4 **C.** $2+\log_4 5$ **D.** $1+\log_4 10$

Zadanie 2. (0–1)
Dane są liczby: $a = \log_{\frac{1}{2}} 8$, $b = \log_4 8$, $c = \log_4 \frac{1}{2}$. Liczby te spełniają warunek

A. $a > b > c$ **B.** $b > a > c$ **C.** $c > b > a$ **D.** $b > c > a$

Zadanie 4. (0–1)
Liczba $\log_4 96 - \log_4 6$ jest równa

A. $\log_4 90$ **B.** $\log_6 96$ **C.** 4 **D.** 2

Zadanie 2. (0–1)
Liczba $\dfrac{\log_3 27}{\log_3 \sqrt{27}}$ jest równa

A. $-\frac{1}{2}$ **B.** 2 **C.** -2 **D.** $\frac{1}{2}$

Zadanie 1. (0–1)
Liczba $\log_{\sqrt{7}} 7$ jest równa

A. 2 **B.** 7 **C.** $\sqrt{7}$ **D.** $\frac{1}{2}$

• Wartość bezwzględna

Zadanie 13. (0–1)
Liczba $\dfrac{|3-9|}{-3}$ jest równa

A. 2 **B.** -2 **C.** 0 **D.** -4

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $|9-2|-|4-7|$ jest równa

A. 4 **B.** 10 **C.** -10 **D.** -4

• Wzory skróconego mnożenia

Turbo-pewniak

Zadanie 4. (0–1)

Wyrażenie $3a^2-12ab+12b^2$ może być przekształcone do postaci

A. $3\left(a^2-b^2\right)^2$ **B.** $3\left(a-2b^2\right)^2$ **C.** $3(a-2b)^2$ **D.** $3(a+2b)^2$

Zadanie 29. (0–2)

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $3x^2+5y^2-4xy\geq 0$.

Zadanie 30. (0–2)

Wykaż, że dla wszystkich nieujemnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $x^3+y^3\geq x^2y+xy^2$.

Zadanie 4. (0–1)

Różnica $50001^2-49999^2$ jest równa

A. 2 000 000 **B.** 200 000 **C.** 20 000 **D.** 4

Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność

$$x^4+y^4+x^2+y^2\geq 2\left(x^3+y^3\right).$$

Zadanie 6. (0–1)

Wartość wyrażenia $(b-a)^2$ dla $a=2\sqrt{3}$ i $b=\sqrt{75}$ jest równa

A. 9 **B.** 27 **C.** 63 **D.** 147

Zadanie 5. (0–1)

Liczba $\left(2\sqrt{7}-5\right)^2\cdot\left(2\sqrt{7}+5\right)^2$ jest równa

A. 9 **B.** 3 **C.** 2809 **D.** $28-20\sqrt{7}$

Zadanie 28. (0–2)

Udowodnij, że dla dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$4x+\frac{1}{x}\geq 4.$$

Zadanie 1. (0–1)

Dla $x=\frac{2}{\sqrt{2}}+1$ oraz $y=\sqrt{2}-1$ wartość wyrażenia $x^2-2xy+y^2$ jest równa

A. 4 **B.** 1 **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że reszta z dzielenia sumy kwadratów czterech kolejnych liczb naturalnych przez 8 jest równa 6.

Zadanie 5. (0–1)

Równość $\left(a+2\sqrt{3}\right)^2=13+4\sqrt{3}$ jest prawdziwa dla

A. $a=\sqrt{13}$ **B.** $a=1$ **C.** $a=0$ **D.** $a=\sqrt{13}+1$

Zadanie 29. (0–2)

Wykaż, że jeżeli a i b są liczbami rzeczywistymi dodatnimi, to $(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\geq 4$.

Zadanie 11. (0–1)

Dla każdej liczby rzeczywistej x wyrażenie $(3x-2)^2-(2x-3)(2x+3)$ jest po uproszczeniu równe

A. $5x^2-12x-5$ **B.** $5x^2-13$ **C.** $5x^2-12x+13$ **D.** $5x^2+5$

Zadanie 29. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby $a>0$ i dla każdej liczby $b>0$ prawdziwa jest nierówność

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq\frac{4}{a+b}.$$

Zadanie 2. (0–1)

Kwadrat liczby $8-3\sqrt{7}$ jest równy

A. $127+48\sqrt{7}$ **B.** $127-48\sqrt{7}$ **C.** $1-48\sqrt{7}$ **D.** $1+48\sqrt{7}$

Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby dodatniej x prawdziwa jest nierówność $x+\frac{1-x}{x}\geq 1$.

• Wyrażenia algebraiczne

Zadanie 1. (0–1)

Jeśli $a=\frac{3}{2}$ i $b=2$, to wartość wyrażenia $\frac{a\cdot b}{a+b}$ jest równa

A. $\frac{2}{3}$ **B.** 1 **C.** $\frac{6}{7}$ **D.** $\frac{27}{6}$

Zadanie 6. (0–1)

Wartość wyrażenia $(a+5)^2$ jest większa od wartości wyrażenia $\left(a^2+10a\right)$ o

A. 50 **B.** 10 **C.** 5 **D.** 25

Zadanie 5. (0–1)

Najmniejsza wartość wyrażenia $(x-y)(x+y)$ dla $x,y\in\{2,3,4\}$ jest równa

A. 2 **B.** -24 **C.** 0 **D.** -12

Zadanie 19. (0–1)

Do pewnej liczby a dodano 54. Otrzymaną sumę podzielono przez 2. W wyniku tego działania otrzymano liczbę dwa razy większą od liczby a. Zatem

A. $a=27$ **B.** $a=18$ **C.** $a=24$ **D.** $a=36$

Zadanie 24. (0–1)

Dane są dwie sumy algebraiczne $3x^3-2x$ oraz $-3x^2-2$. Iloczyn tych sum jest równy

A. $-9x^5+4x$ **B.** $-9x^6+6x^3-6x^2+4x$

C. $-9x^5+6x^3-6x^2+4x$ **D.** $-9x^6+4x$

Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że jeżeli liczby rzeczywiste a, b, c spełniają warunek $abc=1$, to

$$a^{-1}+b^{-1}+c^{-1}=ab+ac+bc.$$

Zadanie 5. (0–1)

Dla każdej liczby rzeczywistej x wyrażenie x^6-2x^3-3 jest równe

A. $\left(x^3+1\right)\left(x^2-3\right)$ **B.** $\left(x^3-3\right)\left(x^3+1\right)$ **C.** $\left(x^2+3\right)\left(x^4-1\right)$ **D.** $\left(x^4+1\right)\left(x^2-3\right)$

Zadanie 1. (0–1)

Niech $a=-2$, $b=3$. Wartość wyrażenia a^b-b^a jest równa

A. $\frac{73}{9}$ **B.** $\frac{71}{9}$ **C.** $-\frac{73}{9}$ **D.** $-\frac{71}{9}$

- Usuwanie niewymierności z mianownika – brak zadań

Równania i nierówności

• Równania

Pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 11. (0–1)

Liczba niewymiernych rozwiązań równania $x^2(x+5)(2x-3)(x^2-7)=0$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 5 **D.** 2

Zadanie 7. (0–1)

Spośród liczb, które są rozwiązaniami równania $(x-8)(x^2-4)(x^2+16)=0$, wybrano największą i najmniejszą. Suma tych dwóch liczb jest równa

A. 12 **B.** 10 **C.** 6 **D.** 4

Zadanie 8. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x-7}{x}=5$, gdzie $x \neq 0$, jest liczba należąca do przedziału

A. $(-\infty,-2)$ **B.** $\langle -2,-1)$ **C.** $\langle -1, 0)$ **D.** $(0,+\infty)$

Zadanie 1. (0–1)

Suma pięciu kolejnych liczb całkowitych jest równa 195. Najmniejszą z tych liczb jest

A. 37 **B.** 38 **C.** 39 **D.** 40

Zadanie 10. (0–1)

Równanie $x(x-3)(x^2+25)=0$ ma dokładnie

A. cztery rozwiązania: $x=0$, $x=3$, $x=5$, $x=-5$
B. trzy rozwiązania: $x=3$, $x=5$, $x=-5$
C. dwa rozwiązania: $x=0$, $x=3$
D. jedno rozwiązanie: $x=3$

Zadanie 8. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x+1}{x+2}=3$, gdzie $x\neq -2$, jest liczba należąca do przedziału

A. $(-2,1)$ **B.** $\langle 1,+\infty)$ **C.** $(-\infty,-5)$ **D.** $\langle -5,-2)$

Zadanie 9. (0–1)

Linę o długości 100 metrów rozcięto na trzy części, których długości pozostają w stosunku $3:4:5$. Stąd wynika, że najdłuższa z tych części ma długość

A. $41\frac{2}{3}$ metra. **B.** $33\frac{1}{3}$ metra. **C.** 60 metrów. **D.** 25 metrów.

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $(x^2-6)(3x+2)=0$.

Zadanie 27. (0–2)

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste x, które spełniają warunek: $\frac{3x^2-8x-3}{x-3}=x-3$.

Zadanie 4. (0–1)

Równanie $x(5x+1)=5x+1$ ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie: $x=1$.

B. dwa rozwiązania: $x=1$ i $x=-1$.

C. dwa rozwiązania: $x=-\frac{1}{5}$ i $x=1$.

D. dwa rozwiązania: $x=\frac{1}{5}$ i $x=-1$.

Zadanie 6. (0–1)

Równanie $\frac{(x-2)(x+4)}{(x-4)^2}=0$ ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie: $x=2$.
B. jedno rozwiązanie: $x=-2$.
C. dwa rozwiązania: $x=2$, $x=-4$.
D. dwa rozwiązania: $x=-2$, $x=4$.

• Nierówności

Zadanie 8. (0–1)

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $2(x-2) \le 4(x-1)+1$ jest

A. -2 **B.** -1 **C.** 0 **D.** 1

Zadanie 5. (0–1)

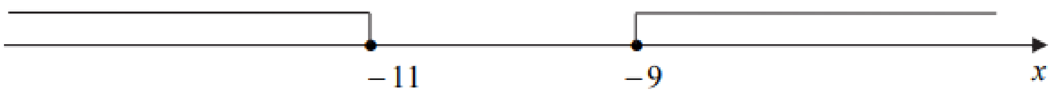
Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $\frac{x}{5}+\sqrt{7}>0$ jest

A. -14 **B.** -13 **C.** 13 **D.** 14

Zadanie 6. (0–1)

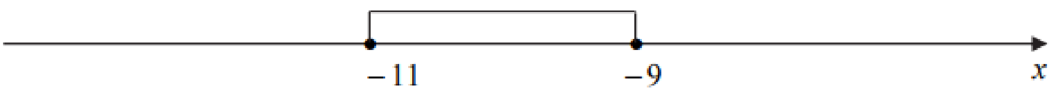
Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony zbiór wszystkich liczb x spełniających warunek: $11 \le 2x-7 \le 15$.

A.



B.

C.



D.

Zadanie 3. (0–1)

Wskaż liczbę spełniającą nierówność $(4-x)(x+3)(x+4)>0$.

A. 5 **B.** 16 **C.** -4 **D.** -2

Zadanie 3. (0–1)

Jedną z liczb spełniających nierówność $(x-6)\cdot(x-2)^2\cdot(x+4)\cdot(x+10)>0$ jest

A. -5 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 5

• Proporcje

Zadanie 7. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x-2}{3(x+2)}=\frac{1}{9}$ jest liczba

A. -2 **B.** 2 **C.** 4 **D.** -4

• Układy równań

Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 5. (0–1)

Para liczb $x=2$ i $y=1$ jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x+ay=5 \\ 2x-y=3 \end{cases}$, gdy

A. $a=-3$ **B.** $a=-2$ **C.** $a=2$ **D.** $a=3$

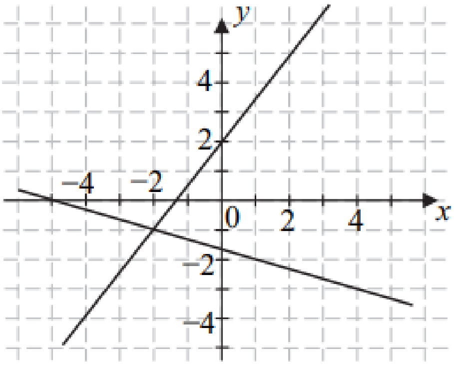
Zadanie 7. (0–1)

Na jednym z poniższych rysunków przedstawiono interpretację geometryczną układu równań

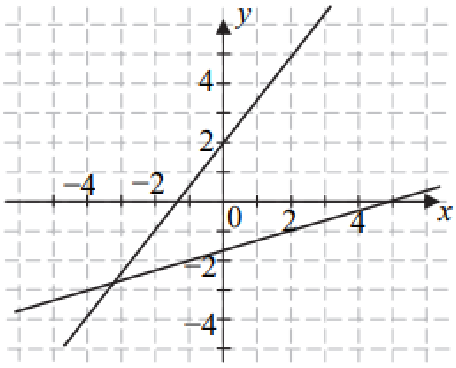
$$\begin{cases} x+3y=-5 \\ 3x-2y=-4 \end{cases}$$

Wskaż ten rysunek.

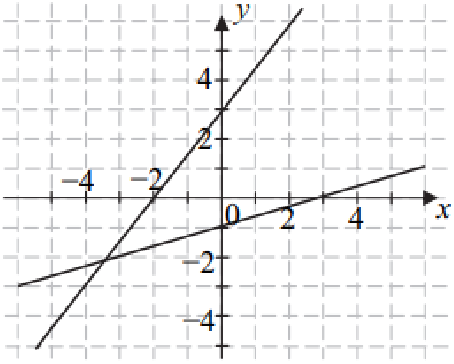
A.



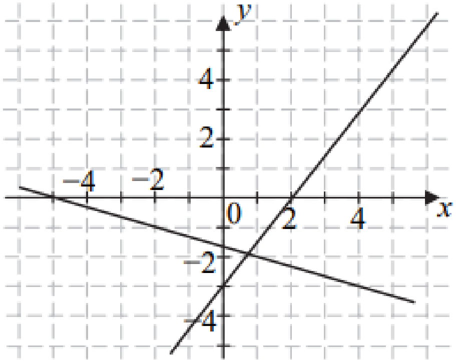
B.



C.



D.



Zadanie 18. (0–1)

Układ równań $\begin{cases} y=-ax+2a \\ y=\frac{b}{3}x-2 \end{cases}$ nie ma rozwiązań dla

A. $a=-1$ i $b=-3$

B. $a=1$ i $b=3$

C. $a=1$ i $b=-3$

D. $a=-1$ i $b=3$

Zadanie 12. (0–1)

Układ równań $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ -4x+6y=-10 \end{cases}$

A. nie ma rozwiązań.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.

C. ma dokładnie dwa rozwiązania.

D. ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Zadanie 27. (0–2)

Jeżeli do licznika pewnego nieskracalnego ułamka dodamy 32, a mianownik pozostawimy niezmieniony, to otrzymamy liczbę 2. Jeżeli natomiast od licznika i od mianownika tego ułamka odejmiemy 6, to otrzymamy liczbę $\frac{8}{17}$. Wyznacz ten ułamek.

Zadanie 8. (0–1)

Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=b \end{cases}$ z niewiadomymi x i y jest para liczb dodatnich. Wynika stąd, że

A. $b<-1$ **B.** $b=-1$ **C.** $-1<b<1$ **D.** $b\geq 1$

Zadanie 7. (0–1)

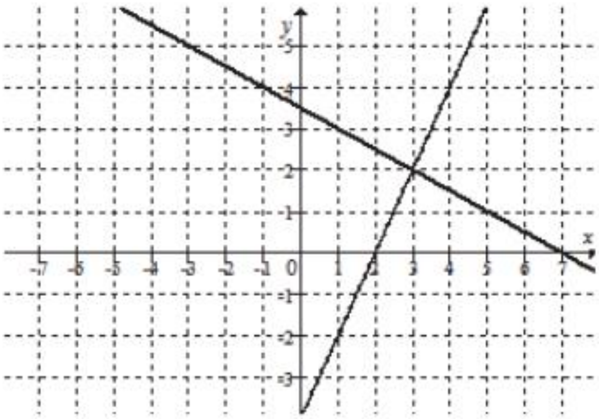
Rozważmy treść następującego zadania:
Obwód prostokąta o bokach długości a i b jest równy 60. Jeden z boków tego prostokąta jest o 10 dłuższy od drugiego. Oblicz długości boków tego prostokąta.

Który układ równań opisuje zależności między długościami boków tego prostokąta?

A. $\begin{cases} 2(a+b)=60 \\ a+10=b \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 2a+b=60 \\ 10b=a \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} 2ab=60 \\ a-b=10 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} 2(a+b)=60 \\ 10a=b \end{cases}$

Zadanie 6. (0–1)

Na rysunku jest przedstawiona graficzna ilustracja układu dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi x i y.



Wskaż ten układ.

A. $\begin{cases} y=-2x+8 \\ y=-\frac{3}{2}x+\frac{13}{2} \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} y=2x-4 \\ y=-\frac{1}{2}x+\frac{7}{2} \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} y=x-1 \\ y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2} \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} y=3x-7 \\ y=-\frac{2}{3}x+4 \end{cases}$

Zadanie 7. (0–1)

Układ równań $\begin{cases} 2x-y=2 \\ x+my=1 \end{cases}$ ma nieskończenie wiele rozwiązań dla

A. $m=-1$ **B.** $m=1$ **C.** $m=\frac{1}{2}$ **D.** $m=-\frac{1}{2}$

Zadanie 5. (0–1)

Para liczb $x=3$ i $y=1$ jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} -x+12y=a^2 \\ 2x+ay=9 \end{cases}$ dla

A. $a=\frac{7}{3}$ **B.** $a=-3$ **C.** $a=3$ **D.** $a=-\frac{7}{3}$

- Zadania mieszane

Zadanie 33. (0–4)

Rejsowy samolot z Warszawy do Rzymu przelatuje nad Austrią każdorazowo tą samą trasą z taką samą zakładaną prędkością przelotową. We wtorek jego średnia prędkość była o 10% większa niż prędkość przelotowa, a w czwartek średnia prędkość była o 10% mniejsza od zakładanej prędkości przelotowej. Czas przelotu nad Austrią w czwartek różnił się od wtorkowego o 12 minut. Jak długo trwał przelot tego samolotu nad Austrią we wtorek?

Funkcje

- Dziedzina funkcji – brak zadań
- Miejsce zerowe

Zadanie 7. (0–1)

Funkcja liniowa *f* jest określona wzorem $f(x)=21-\frac{7}{3}x$. Miejscem zerowym funkcji *f* jest

A. -9 **B.** $-\frac{7}{3}$ **C.** 9 **D.** 21

Zadanie 11. (0–1)

Funkcja liniowa $f(x)=(1-m^2)x+m-1$ nie ma miejsc zerowych dla

A. $m=1$ **B.** $m=0$ **C.** $m=-1$ **D.** $m=-2$

Zadanie 7. (0–1)

Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x)=9-(3-x)^2$ są liczby

A. 0 oraz 3 **B.** –6 oraz 6 **C.** 0 oraz -6 **D.** 0 oraz 6

- Liczenie wartości funkcji dla argumentu

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\frac{2x-8}{x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x\neq 0$. Wówczas wartość funkcji $f(\sqrt{2})$ jest równa

A. $2-4\sqrt{2}$ **B.** $1-2\sqrt{2}$ **C.** $1+2\sqrt{2}$ **D.** $2+4\sqrt{2}$

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x)=\frac{2x^3}{x^4+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wtedy liczba $f(-\sqrt{2})$ jest równa

A. $-\frac{8}{5}$ **B.** $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ **C.** $-\frac{4\sqrt{2}}{5}$ **D.** $-\frac{4}{3}$

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -2(x+2)^{-1}(x-3)^2$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq -2$. Wartość funkcji f dla argumentu 2 jest równa

A. -8 **B.** $-\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 8

• Wyznaczanie parametru / współczynnika

Zadanie 14. (0–1)

Na której z podanych prostych leżą wszystkie punkty o współrzędnych $(m-1, 2m+5)$, gdzie m jest dowolną liczbą rzeczywistą?

A. $y = 2x+5$ **B.** $y = 2x+6$ **C.** $y = 2x+7$ **D.** $y = 2x+8$

Zadanie 9. (0–1)

Punkt $(1, \sqrt{3})$ należy do wykresu funkcji $y = 2\sqrt{3}x + b$. Wtedy współczynnik b jest równy

A. 7 **B.** $3\sqrt{3}$ **C.** -5 **D.** $-\sqrt{3}$

Zadanie 5. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (a+1)x + 11$, gdzie a to pewna liczba rzeczywista, ma miejsce zerowe równe $x = \frac{3}{4}$. Stąd wynika, że

A. $a = -\frac{41}{3}$ **B.** $a = \frac{41}{3}$ **C.** $a = -\frac{47}{3}$ **D.** $a = \frac{47}{3}$

Zadanie 6. (0–1)

Funkcja f jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = (m\sqrt{5}-1)x + 3$. Ta funkcja jest rosnąca dla każdej liczby m spełniającej warunek

A. $m > \frac{1}{\sqrt{5}}$ **B.** $m > 1-\sqrt{5}$ **C.** $m < \sqrt{5}-1$ **D.** $m < \frac{1}{\sqrt{5}}$

Zadanie 10. (0–1)

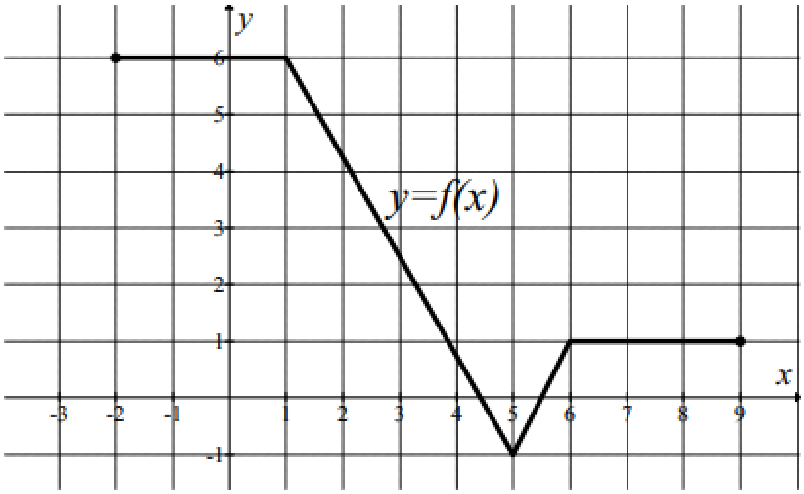
Punkt $A=(a,\ 3)$ leży na prostej określonej równaniem $y=\frac{3}{4}x+6$. Stąd wynika, że

A. $a=-4$ **B.** $a=4$ **C.** $a=\frac{33}{4}$ **D.** $a=\frac{39}{4}$

• Odczytywanie wartości z wykresu

Zadanie 12. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f.

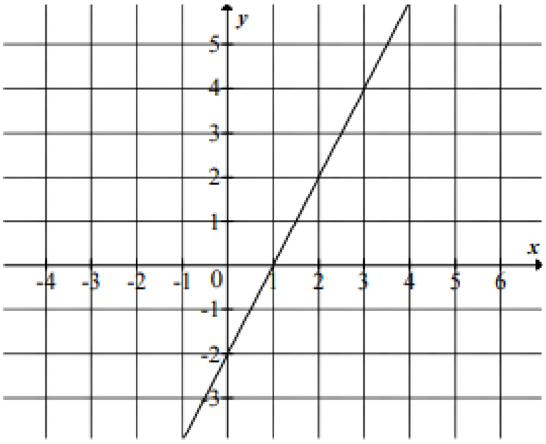


Funkcja f jest rosnąca w przedziale

A. $\langle -1, 1\rangle$ **B.** $\langle 1, 5\rangle$ **C.** $\langle 5, 6\rangle$ **D.** $\langle 6, 8\rangle$

Zadanie 7. (0–1)

Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu funkcji liniowej f, przy czym $f(0)=-2$ i $f(1)=0$.

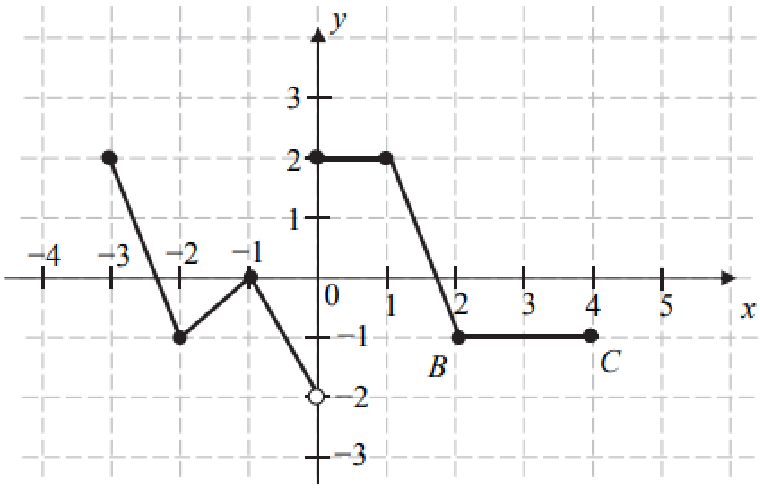


Wykres funkcji g jest symetryczny do wykresu funkcji f względem początku układu współrzędnych. Funkcja g jest określona wzorem

A. $g(x)=2x+2$ **B.** $g(x)=2x-2$ **C.** $g(x)=-2x+2$ **D.** $g(x)=-2x-2$

Zadanie 8. (0–1)

Rysunek przedstawia wykres funkcji f zbudowany z 6 odcinków, przy czym punkty $B=(2,-1)$ i $C=(4,-1)$ należą do wykresu funkcji.



Równanie $f(x)=-1$ ma

A. dokładnie jedno rozwiązanie.
B. dokładnie dwa rozwiązania.
C. dokładnie trzy rozwiązania.
D. nieskończenie wiele rozwiązań.

• Przesuwanie wykresu

Zadanie 13. (0–1)

Wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej $y=f(x)$ ma współrzędne $(2, 2)$. Wówczas wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji $g(x)=f(x+2)$ ma współrzędne

A. $(4, 2)$ **B.** $(0, 2)$ **C.** $(2, 0)$ **D.** $(2, 4)$

Zadanie 8. (0–1)

Dane są funkcje $f(x)=3^x$ oraz $g(x)=f(-x)$, określone dla wszystkich liczb rzeczywistych x. Punkt wspólny wykresów funkcji f i g

A. nie istnieje.

B. ma współrzędne $(1,0)$.

C. ma współrzędne $(0,1)$.

D. ma współrzędne $(0,0)$.

Funkcja kwadratowa

• Miejsca zerowe

Zadanie 6. (0–1)

Równanie $2x^2+11x+3=0$

A. nie ma rozwiązań rzeczywistych.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

C. ma dwa dodatnie rozwiązania rzeczywiste.

D. ma dwa ujemne rozwiązania rzeczywiste.

Zadanie 6. (0–1)

Równanie $x-\frac{1}{2x+1}=0$

A. ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.
B. ma dokładnie trzy rozwiązania rzeczywiste.
C. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
D. nie ma rozwiązań.

Zadanie 11. (0–1)

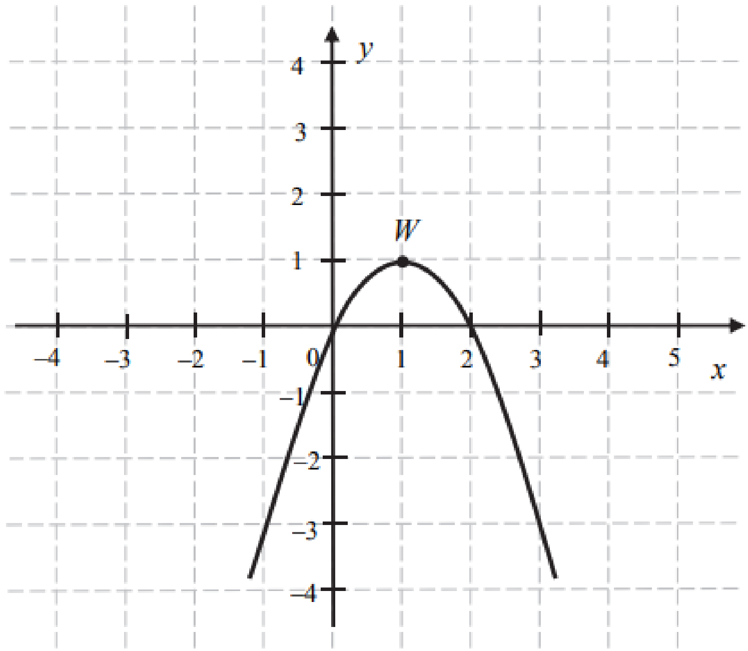
Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x)=-3(x-2)(x-9)$. Liczby x_1, x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji f. Zatem

A. $x_1+x_2=11$ **B.** $x_1+x_2=-11$ **C.** $x_1+x_2=33$ **D.** $x_1+x_2=-33$

• Zbiór wartości

Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej g. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = (1, 1)$.



Zbiorem wartości funkcji g jest przedział

A. $(-\infty, 0\rangle$ **B.** $\langle 0, 2\rangle$ **C.** $\langle 1, +\infty)$ **D.** $(-\infty, 1\rangle$

• Monotoniczność

Zadanie 10. (0–1)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = -2(x+5)(x-11)$. Wskaż maksymalny przedział, w którym funkcja f jest rosnąca.

A. $(-\infty, 3\rangle$ **B.** $(-\infty, 5\rangle$ **C.** $(-\infty, 11\rangle$ **D.** $\langle 6, +\infty)$

Zadanie 6. (0–1)

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x)=(x-1)(x-9)$. Wynika stąd, że funkcja f jest rosnąca w przedziale

A. $\langle 5,+\infty)$ **B.** $(-\infty, 5\rangle$ **C.** $(-\infty, -5\rangle$ **D.** $\langle -5,+\infty)$

• Wartość max i min

Zadanie 29. (0–2)

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x)=x^2-11x$. Oblicz najmniejszą wartość funkcji f w przedziale $\langle -6, 6\rangle$.

Zadanie 10. (0–1)

Największą wartością funkcji $y=-(x-2)^2+4$ w przedziale $\langle 3,5\rangle$ jest

A. 4 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 5

Zadanie 12. (0–1)

Największą wartością funkcji $y=-(x-2)^2+4$ w przedziale $\langle 3,5\rangle$ jest

A. 0 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 3

• Współczynniki a, b, c, oraz Δ

Zadanie 10. (0–1)

Jeśli funkcja kwadratowa $f(x)=x^2+2x+3a$ nie ma ani jednego miejsca zerowego, to liczba a spełnia warunek

A. $a<-1$ **B.** $-1\le a<0$ **C.** $0\le a<\frac{1}{3}$ **D.** $a>\frac{1}{3}$

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x)=x^2+bx+c$ oraz $f(-1)=f(3)=1$. Współczynnik b jest równy

A. -2 **B.** -1 **C.** 0 **D.** 3

• Współrzędne wierzchołka

Zadanie 11. (0–1)

Parabola o wierzchołku $W=(-3,5)$ i ramionach skierowanych w dół może być wykresem funkcji określonej wzorem

A. $y=2\cdot(x+3)^2+5$ **B.** $y=-2\cdot(x-3)^2+5$
C. $y=-2\cdot(x+3)^2+5$ **D.** $y=-2\cdot(x-3)^2-5$

Zadanie 11. (0–1)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x)=(x-3)(7-x)$. Wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji f należy do prostej o równaniu

A. $y=-5$ **B.** $y=5$ **C.** $y=-4$ **D.** $y=4$

Zadanie 10. (0–1)

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x)=x^2-2x-11$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt o współrzędnych

A. $(-2,-3)$ **B.** $(-2,-12)$ **C.** $(1,-8)$ **D.** $(1,-12)$

• Równanie osi symetrii – brak zadań

• Liczenie wartości funkcji dla argumentu

Zadanie 12. (0–1)

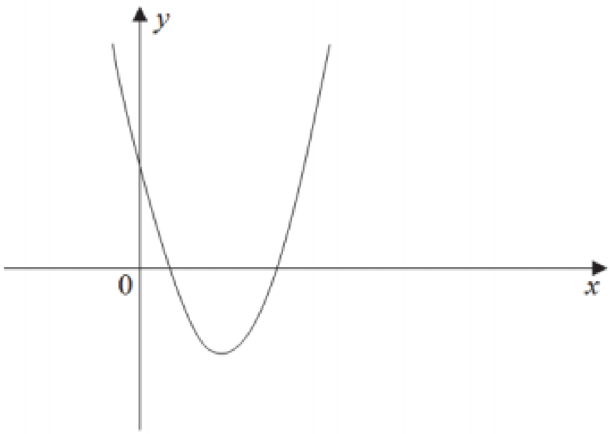
Punkt $A=(2017,0)$ należy do wykresu funkcji f określonej wzorem

A. $f(x)=(x+2017)^2$
B. $f(x)=x^2-2017$
C. $f(x)=(x+2017)(x-2017)$
D. $f(x)=x^2+2017$

• Wyznaczanie wzoru na podstawie wykresu

Zadanie 10. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = x^2 + bx + c$.



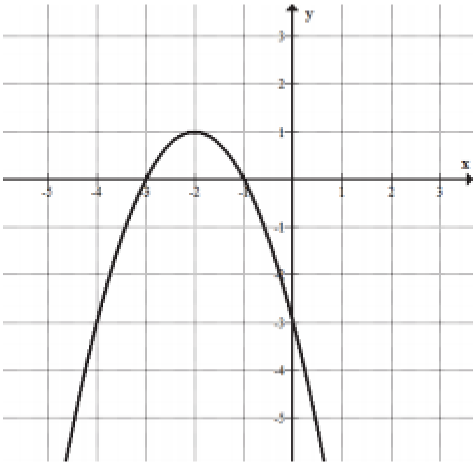
Współczynniki b i c spełniają warunki:

A. $b < 0$, $c > 0$ **B.** $b < 0$, $c < 0$ **C.** $b > 0$, $c > 0$ **D.** $b > 0$, $c < 0$

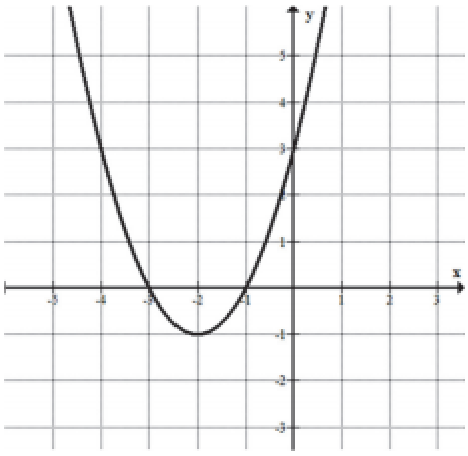
Zadanie 12. (0–1)

Na jednym z rysunków przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej określonej wzorem $f(x) = -(x-1)(3-x)$. Wskaż ten rysunek.

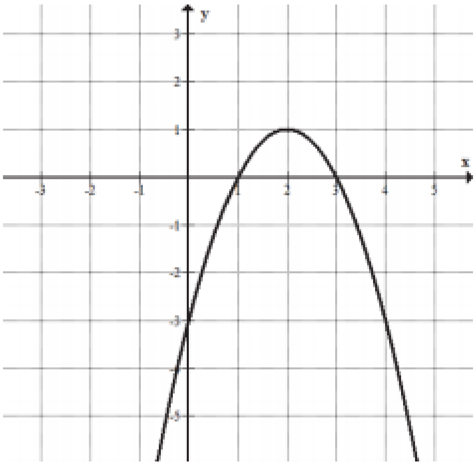
A.



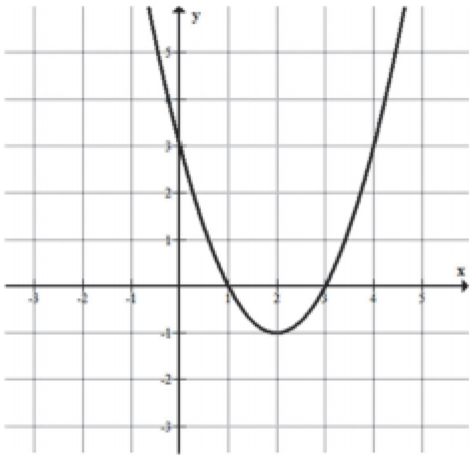
B.



C.



D.



• Nierówność kwadratowa

Turbo-pewniak – zadania otwarte

Zadanie 26. (0–2)
Rozwiąż nierówność $3x^2 - 9x \leq x - 3$.

Zadanie 28. (0–2)
Rozwiąż nierówność $20x \geq 4x^2 + 24$.

Zadanie 26. (0–2)
Rozwiąż nierówność $3x^2 - 6x \geq (x-2)(x-8)$.

Zadanie 26. (0–2)
Rozwiąż nierówność $\left(x - \frac{1}{2}\right)x > 3\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$.

Zadanie 26. (0–2)
Rozwiąż nierówność $2x^2 + x - 6 \leq 0$.

Zadanie 26. (0–2)
Rozwiąż nierówność $2x(1-x) + 1 - x < 0$.

Zadanie 26. (0–2)
Rozwiąż nierówność $x^2 + 6x - 16 < 0$.

Zadanie 26. (0–2)
Rozwiąż nierówność $x(7x+2) > 7x + 2$.

Zadanie 27. (0–2)
Rozwiąż nierówność $2x^2 - 5x + 3 \leq 0$.

• Zadania mieszane

Zadanie 30. (0–2)
Funkcja kwadratowa, f dla $x = -3$ przyjmuje wartość największą równą 4. Do wykresu funkcji f należy punkt $A = (-1, 3)$. Zapisz wzór funkcji kwadratowej f.

Wierzchołek – 1ptk, współczynniki a, b, c – 1ptk

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż równanie $\frac{2x-4}{x}=\frac{x}{2x-4}$, gdzie $x\neq 0$ i $x\neq 2$.

Proporcje – 1ptk, miejsca zerowe – 1ptk

Zadanie 34. (0–5)

Funkcja kwadratowa f określona jest wzorem $f(x)=ax^2+bx+c$. Zbiorem rozwiązań nierówności $f(x)>0$ jest przedział $(0,12)$. Największa wartość funkcji f jest równa 9. Oblicz współczynniki a, b i c funkcji f.

Wierzchołek – 1ptk, miejsca zerowe – 1ptk, współczynniki a, b, c – 3ptk

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż równanie $\frac{2x+1}{2x}=\frac{2x+1}{x+1}$, gdzie $x\neq -1$ i $x\neq 0$.

Proporcje – 1ptk, miejsca zerowe – 1ptk

Zadanie 32. (0–4)

Funkcja kwadratowa $f(x)=ax^2+bx+c$ ma dwa miejsca zerowe $x_1=-2$ i $x_2=6$. Wykres funkcji f przechodzi przez punkt $A=(1,-5)$. Oblicz najmniejszą wartość funkcji f.

Wierzchołek – 1ptk, wartość minimalna – 1ptk, współczynniki a, b, c – 2ptk

Zadanie 27. (0–2)

Wykresem funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x)=x^2+bx+c$ jest parabola, na której leży punkt $A=(0,-5)$. Osią symetrii tej paraboli jest prosta o równaniu $x=7$. Oblicz wartości współczynników b i c.

Wierzchołek – 1ptk, współczynniki b, c – 1ptk

Zadanie 33. (0–4)

Liczby rzeczywiste x i z spełniają warunek $2x+z=1$. Wyznacz takie wartości x i z, dla których wyrażenie x^2+z^2+7xz przyjmuje największą wartość. Podaj tę największą wartość.

Wyrażenia algebraiczne – 1ptk, wzory skróconego mnożenia – 1ptk, wartość maksymalna – 1ptk , wierzchołek – 1ptk

Wielomiany

• Równania wielomianowe

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $x(x^2-2x+3)=0$.

Zadanie 9. (0–1)

Rozwiązaniem równania $x^2(x+1)=x^2-8$ jest

A. -9 **B.** -2 **C.** 2 **D.** 7

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $(x^3+27)(x^2-16)=0$.

Zadanie 1. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{(x^2-2x-3)\cdot(x^2-9)}{x-1}=0$ <u>nie jest</u> liczba

A. -3 **B.** -1 **C.** 1 **D.** 3

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż równanie $(x^2-16)(x^3-1)=0$.

• Dodawanie wielomianów – brak zadań

Funkcje trygonometryczne

• Wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznej kąta

Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 7. (0–1)

Wartość wyrażenia $\sin 120° - \cos 30°$ jest równa

A. $\sin 90°$ **B.** $\sin 150°$ **C.** $\sin 0°$ **D.** $\sin 60°$

Zadanie 16. (0–1)

Sinus kąta ostrego α jest równy $\frac{3}{4}$. Wówczas

A. $\cos\alpha = \frac{1}{4}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ **C.** $\cos\alpha = \frac{7}{16}$ **D.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{13}}{16}$

Zadanie 17. (0–1)

W trójkącie prostokątnym o długościach przyprostokątnych 2 i 5 cosinus większego z kątów ostrych jest równy

A. $\frac{5}{2}$ **B.** $\frac{2}{5}$ **C.** $\frac{2}{\sqrt{29}}$ **D.** $\frac{5}{\sqrt{29}}$

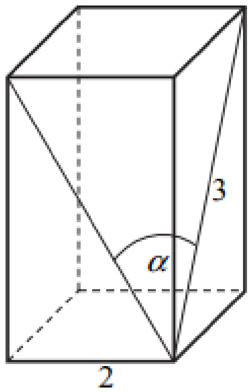
Zadanie 9. (0–1)

Kąt α jest ostry i $\sin\alpha = \frac{4}{5}$. Wtedy wartość wyrażenia $\sin\alpha - \cos\alpha$ jest równa

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{17}{25}$ **D.** $\frac{1}{25}$

Zadanie 21. (0–1)

Podstawą graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat o boku długości 2, a przekątna ściany bocznej ma długość 3 (zobacz rysunek). Kąt, jaki tworzą przekątne ścian bocznych tego graniastosłupa wychodzące z jednego wierzchołka, ma miarę α.



Wtedy wartość $\sin\frac{\alpha}{2}$ jest równa

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{7}}{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{7}}{7}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$

Zadanie 15. (0–1)

Kąt α jest ostry i $\text{tg}\alpha = \frac{12}{5}$. Wówczas $\sin\alpha$ jest równy

A. $\frac{5}{17}$ **B.** $\frac{12}{17}$ **C.** $\frac{5}{13}$ **D.** $\frac{12}{13}$

Zadanie 13. (0–1)

Kąt α jest ostry i spełniona jest równość $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$. Stąd wynika, że

A. $\cos\alpha = \frac{24}{49}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{5}{7}$ **C.** $\cos\alpha = \frac{25}{49}$ **D.** $\cos\alpha = \frac{5\sqrt{6}}{7}$

Zadanie 15. (0–1)

Liczba $1 - \text{tg}40^\circ$ jest

A. ujemna.
B. dodatnia, ale mniejsza od $0{,}1$.
C. większa od $0{,}1$, ale mniejsza od $0{,}5$.
D. większa od $0{,}5$.

Zadanie 21. (0–1)

Stożek o promieniu podstawy r i kula o tym samym promieniu mają równe objętości. Tangens kąta między tworzącą i płaszczyzną podstawy tego stożka jest równy

A. $\frac{4}{3}$ **B.** 12 **C.** $\sqrt{17}$ **D.** 4

Zadanie 16. (0–1)

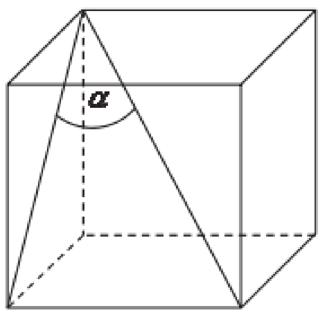
Kąt α jest ostry i $\cos\alpha = \frac{3}{5}$. Wtedy

A. $\sin\alpha \cdot \mathrm{tg}\alpha = \frac{16}{15}$ **B.** $\sin\alpha \cdot \mathrm{tg}\alpha = \frac{15}{16}$

C. $\sin\alpha \cdot \mathrm{tg}\alpha = \frac{8}{15}$ **D.** $\sin\alpha \cdot \mathrm{tg}\alpha = \frac{6}{20}$

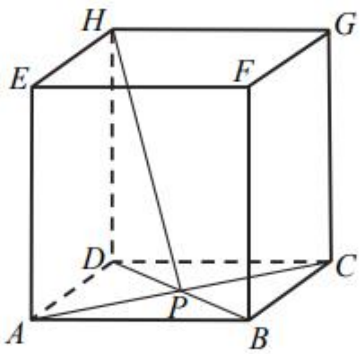
Zadanie 22. (0–1)

Jeżeli α oznacza miarę kąta między przekątną sześcianu a przekątną ściany bocznej tego sześcianu (zobacz rysunek), to



A. $\sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ **B.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 23. (0–1)
Dany jest sześcian $ABCDEFGH$. Przekątne AC i BD ściany $ABCD$ sześcianu przecinają się w punkcie P (zobacz rysunek).



Tangens kąta, jaki odcinek PH tworzy z płaszczyzną $ABCD$, jest równy

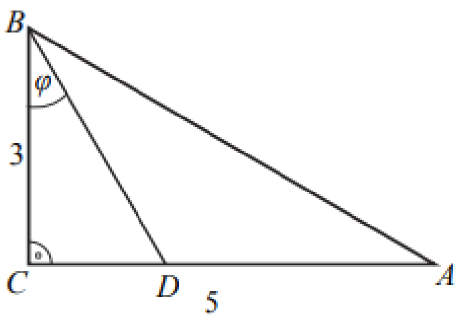
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** 1 **D.** $\sqrt{2}$

Zadanie 13. (0–1)
Cosinus kąta ostrego α jest równy $\frac{12}{13}$. Wtedy

A. $\sin\alpha = \frac{13}{12}$ **B.** $\sin\alpha = \frac{1}{13}$ **C.** $\sin\alpha = \frac{5}{13}$ **D.** $\sin\alpha = \frac{25}{169}$

• Wyznaczanie kąta na podstawie funkcji

Zadanie 17. (0–1)
Odcinek BD jest zawarty w dwusiecznej kąta ostrego ABC trójkąta prostokątnego, w którym przyprostokątne AC i BC mają długości odpowiednio 5 i 3.



Wówczas miara φ kąta DBC spełnia warunek

A. $20° < \varphi < 25°$ **B.** $25° < \varphi < 30°$ **C.** $30° < \varphi < 35°$ **D.** $35° < \varphi < 40°$

Zadanie 15. (0–1)
W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma długość 3, a długość przyprostokątnej leżącej naprzeciwko kąta α jest równa $\sqrt{3}$. Zatem

A. $\alpha = 60^\circ$ **B.** $\alpha \in (40^\circ, 60^\circ)$ **C.** $\alpha \in (30^\circ, 40^\circ)$ **D.** $\alpha = 30^\circ$

• Równania i wyrażenia trygonometryczne

Zadanie 8. (0–1)
Wyrażenie $3\sin^3\alpha\cos\alpha + 3\sin\alpha\cos^3\alpha$ może być przekształcone do postaci

A. 3 **B.** $3\sin\alpha\cos\alpha$ **C.** $3\sin^3\alpha\cos^3\alpha$ **D.** $6\sin^4\alpha\cos^4\alpha$

Zadanie 29. (0–2)
Kąt α jest ostry i spełnia równość $\operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{7}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$.

Zadanie 16. (0–1)
Wartość wyrażenia $(\operatorname{tg}60^\circ + \operatorname{tg}45^\circ)^2 - \sin 60^\circ$ jest równa

A. $2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $4 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $4 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 27. (0–2)
Kąt α jest ostry i spełniona jest równość $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $(\sin\alpha - \cos\alpha)^2$.

Zadanie 30. (0–2)
Kąt α jest ostry i $\sin\alpha + \cos\alpha = \sqrt{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$.

Zadanie 12. (0–1)

Kąt $\alpha \in (0°, 180°)$ oraz wiadomo, że $\sin\alpha \cdot \cos\alpha = -\frac{3}{8}$. Wartość wyrażenia $(\cos\alpha - \sin\alpha)^2 + 2$ jest równa

A. $\frac{15}{4}$ **B.** $\frac{9}{4}$ **C.** $\frac{27}{8}$ **D.** $\frac{21}{8}$

Zadanie 13. (0–1)

Wartość wyrażenia $2\sin^2 18° + \sin^2 72° + \cos^2 18°$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Ciągi

• Ciąg arytmetyczny

Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Pewniak – zadania otwarte

Zadanie 14. (0–1)

Suma pierwszego i szóstego wyrazu pewnego ciągu arytmetycznego jest równa 13. Wynika stąd, że suma trzeciego i czwartego wyrazu tego ciągu jest równa

A. 13 **B.** 12 **C.** 7 **D.** 6

Zadanie 14. (0–1)

Wszystkie dwucyfrowe liczby naturalne podzielne przez 7 tworzą rosnący ciąg arytmetyczny. Dwunastym wyrazem tego ciągu jest liczba

A. 77 **B.** 84 **C.** 91 **D.** 98

Zadanie 11. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 6(n-16)$ dla $n \geq 1$. Suma dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

A. -54 **B.** -126 **C.** -630 **D.** -270

Zadanie 31. (0–5)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 2016$ oraz $a_5 + a_6 + a_7 + ... + a_{12} = 2016$. Oblicz pierwszy wyraz, różnicę oraz najmniejszy dodatni wyraz ciągu (a_n).

Zadanie 11. (0–1)

Dla każdej liczby całkowitej dodatniej n suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) jest określona wzorem $S_n = 2n^2 + n$. Wtedy wyraz a_2 jest równy

A. 3 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 10

Zadanie 31. (0–4)

Ciąg arytmetyczny (a_n) określony jest wzorem $a_n = 2016 - 3n$, dla $n \geq 1$. Oblicz sumę wszystkich dodatnich wyrazów tego ciągu.

Zadanie 13. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, spełniony jest warunek $2a_3 = a_2 + a_1 + 1$. Różnica r tego ciągu jest równa

A. 0 **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 1

Zadanie 30. (0–2)

Suma trzydziestu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, jest równa 30. Ponadto $a_{30} = 30$. Oblicz różnicę tego ciągu.

Zadanie 11. (0–1)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla $n \geq 1$, o którym wiemy, że: $a_1 = 2$ i $a_2 = 9$. Wtedy $a_n = 79$ dla

A. $n = 10$ **B.** $n = 11$ **C.** $n = 12$ **D.** $n = 13$

Zadanie 31. (0–2)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla $n \geq 1$, w którym spełniona jest równość $a_{21} + a_{24} + a_{27} + a_{30} = 100$. Oblicz sumę $a_{25} + a_{26}$.

Zadanie 14. (0–1)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony wzorem $a_n = 16 - \frac{1}{2} \cdot n$ dla każdej liczby całkowitej $n \geq 1$. Różnica r tego ciągu jest równa

A. $r = -16$ **B.** $r = -\frac{1}{2}$ **C.** $r = -\frac{1}{32}$ **D.** $r = 15\frac{1}{2}$

Zadanie 33. (0–4)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla liczb naturalnych $n \geq 1$, wyraz szósty jest liczbą dwa razy większą od wyrazu piątego, a suma dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $S_{10} = \frac{15}{4}$. Oblicz wyraz pierwszy oraz różnicę tego ciągu.

Zadanie 13. (0–1)

Ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla $n \geq 1$, spełnia warunek $a_3 + a_4 + a_5 = 15$. Wtedy

A. $a_4 = 5$ **B.** $a_4 = 6$ **C.** $a_4 = 3$ **D.** $a_4 = 4$

Zadanie 30. (0–2)

Dziewiąty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, jest równy 34, a suma jego ośmiu początkowych wyrazów jest równa 110. Oblicz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu.

Zadanie 9. (0–1)

Dany jest rosnący ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla liczb naturalnych $n \geq 1$, o wyrazach dodatnich. Jeśli $a_2 + a_9 = a_4 + a_k$, to k jest równe

A. 8 **B.** 7 **C.** 6 **D.** 5

Zadanie 11. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, dane są dwa wyrazy: $a_1 = -11$ i $a_9 = 5$. Suma dziewięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

A. -24 **B.** -27 **C.** -16 **D.** -18

Zadanie 32. (0–4)

W ciągu arytmetycznym $(a_1, a_2, ..., a_{39}, a_{40})$ suma wyrazów tego ciągu o numerach parzystych jest równa 1340, a suma wyrazów ciągu o numerach nieparzystych jest równa 1400. Wyznacz ostatni wyraz tego ciągu arytmetycznego.

• Ciąg geometryczny

Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 13. (0–1)

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2^n$ dla $n \geq 1$. Suma dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa

A. $2(1-2^{10})$ **B.** $-2(1-2^{10})$ **C.** $2(1+2^{10})$ **D.** $-2(1+2^{10})$

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg liczbowy określony jest wzorem $a_n = \frac{2^n - 1}{2^n + 1}$, dla $n \geq 1$. Piąty wyraz tego ciągu jest równy

A. -1 **B.** $\frac{31}{33}$ **C.** $\frac{9}{11}$ **D.** 1

Zadanie 12. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), w którym $a_1 = 72$ i $a_4 = 9$. Iloraz q tego ciągu jest równy

A. $q = \frac{1}{2}$ **B.** $q = \frac{1}{6}$ **C.** $q = \frac{1}{4}$ **D.** $q = \frac{1}{8}$

Zadanie 8. (0–1)

Pierwszy wyraz ciągu geometrycznego jest równy 8, a czwarty wyraz tego ciągu jest równy (-216). Iloraz tego ciągu jest równy

A. $-\frac{224}{3}$ **B.** -3 **C.** -9 **D.** -27

Zadanie 14. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny $(x, 2x^2, 4x^3, 8)$ o wyrazach nieujemnych. Wtedy

A. $x = 0$ **B.** $x = 1$ **C.** $x = 2$ **D.** $x = 4$

Zadanie 12. (0–1)

Dany jest trzywyrazowy ciąg geometryczny o wyrazach dodatnich: $(81, 3x, 4)$. Stąd wynika, że

A. $x = 18$ **B.** $x = 6$ **C.** $x = \frac{85}{6}$ **D.** $x = \frac{6}{85}$

Zadanie 13. (0–1)

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n) określonego dla $n \geq 1$ są dodatnie i $3a_2 = 2a_3$. Stąd wynika, że iloraz q tego ciągu jest równy

A. $q = \frac{2}{3}$ **B.** $q = \frac{3}{2}$ **C.** $q = 6$ **D.** $q = 5$

Zadanie 14. (0–1)

Dla pewnej liczby x ciąg $(x, x+4, 16)$ jest geometryczny. Liczba x jest równa

A. 8 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 0

Zadanie 30. (0–2)

W ciągu geometrycznym przez S_n oznaczamy sumę n początkowych wyrazów tego ciągu, dla liczb naturalnych $n \geq 1$. Wiadomo, że dla pewnego ciągu geometrycznego: $S_1 = 2$ i $S_2 = 12$. Wyznacz iloraz i piąty wyraz tego ciągu.

Zadanie 12. (0–1)

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, są liczbami dodatnimi. Drugi wyraz tego ciągu jest równy 162, a piąty wyraz jest równy 48. Oznacza to, że iloraz tego ciągu jest równy

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{3}{4}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{1}{2}$

• Ciąg niestandardowy

Zadanie 10. (0–1)

W ciągu (a_n) określonym dla każdej liczby $n \geq 1$ jest spełniony warunek $a_{n+3} = -2 \cdot 3^{n+1}$. Wtedy

A. $a_5 = -54$ **B.** $a_5 = -27$ **C.** $a_5 = 27$ **D.** $a_5 = 54$

• Zadania mieszane

Zadanie 32. (0–4)

Dany jest nieskończony rosnący ciąg arytmetyczny (a_n), dla $n \geq 1$ taki, że $a_5 = 18$. Wyrazy a_1, a_3 oraz a_{13} tego ciągu są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem pewnego ciągu geometrycznego. Wyznacz wzór na n-ty wyraz ciągu (a_n).

Geometria analityczna

• Współrzędne środka, początku i końca odcinka

Zadanie 21. (0–1)

Punkt $S=(2,-5)$ jest środkiem odcinka AB, gdzie $A=(-4,3)$ i $B=(8,b)$. Wtedy

A. $b=-13$ **B.** $b=-2$ **C.** $b=-1$ **D.** $b=6$

Zadanie 17. (0–1)

W układzie współrzędnych na płaszczyźnie dany jest odcinek AB o końcach w punktach $A=(7,4)$, $B=(11,12)$. Punkt S leży wewnątrz odcinka AB oraz $|AS|=3\cdot|BS|$. Wówczas

A. $S=(8,6)$ **B.** $S=(9,8)$ **C.** $S=(10,10)$ **D.** $S=(13,16)$

Zadanie 18. (0–1)

W układzie współrzędnych punkt $S=(40,40)$ jest środkiem odcinka KL, którego jednym z końców jest punkt $K=(0,8)$. Zatem

A. $L=(20,24)$ **B.** $L=(-80,-72)$
C. $L=(-40,-24)$ **D.** $L=(80,72)$

Zadanie 20. (0–1)

W układzie współrzędnych na płaszczyźnie danych jest 5 punktów: $A=(1,4)$, $B=(-5,-1)$, $C=(-5,3)$, $D=(6,-4)$, $P=(-30,-76)$.

Punkt P należy do tej samej ćwiartki układu współrzędnych co punkt

A. A **B.** B **C.** C **D.** D

• Długość odcinka

Zadanie 20. (0–1)

Okręgi o środkach $S_1=(3,4)$ oraz $S_2=(9,-4)$ i równych promieniach są styczne zewnętrznie. Promień każdego z tych okręgów jest równy

A. 8 **B.** 6 **C.** 5 **D.** $\frac{5}{2}$

Zadanie 17. (0–1)

Punkty $B=(-2,4)$ i $C=(5,1)$ są sąsiednimi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Pole tego kwadratu jest równe

A. 29 **B.** 40 **C.** 58 **D.** 74

Zadanie 17. (0–1)

Okrąg o środku $S_1=(2,1)$ i promieniu r oraz okrąg o środku $S_2=(5,5)$ i promieniu 4 są styczne zewnętrznie. Wtedy

A. $r=1$ **B.** $r=2$ **C.** $r=3$ **D.** $r=4$

Zadanie 21. (0–1)

Punkt $A=(-3,2)$ jest końcem odcinka AB, a punkt $M=(4,1)$ jest środkiem tego odcinka. Długość odcinka AB jest równa

A. $2\sqrt{5}$ **B.** $4\sqrt{5}$ **C.** $5\sqrt{2}$ **D.** $10\sqrt{2}$

Zadanie 18. (0–1)

Suma odległości punktu $A=(-4,2)$ od prostych o równaniach $x=4$ i $y=-4$ jest równa

A. 14 **B.** 12 **C.** 10 **D.** 8

Zadanie 15. (0–1)

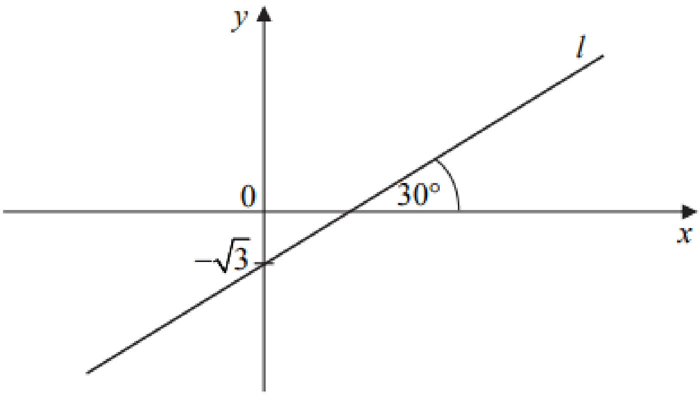
Okrąg, którego środkiem jest punkt $S=(a,5)$, jest styczny do osi Oy i do prostej o równaniu $y=2$. Promień tego okręgu jest równy

A. 3 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 4

• Kąt nachylenia prostej względem osi OX

Zadanie 21. (0–1)

Prosta l jest nachylona do osi Ox pod kątem $30°$ i przecina oś Oy w punkcie $\left(0, -\sqrt{3}\right)$ (zobacz rysunek).



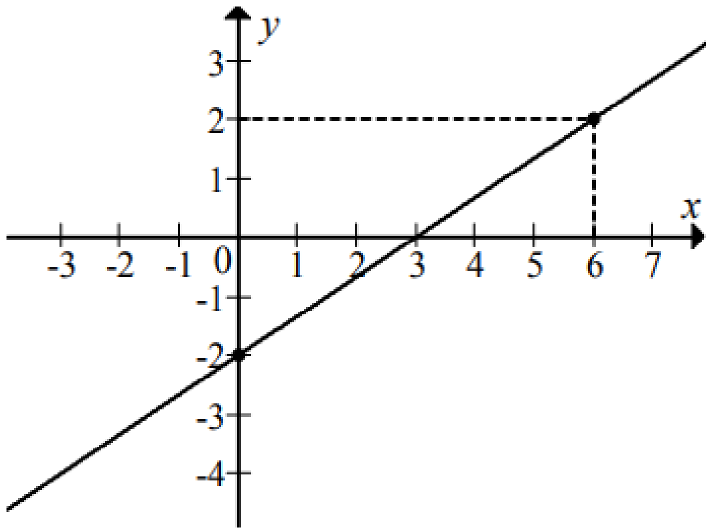
Prosta l ma równanie

A. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$ **B.** $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ **C.** $y = \frac{1}{2}x - \sqrt{3}$ **D.** $y = \frac{1}{2}x + \sqrt{3}$

• Równanie prostej na podstawie dwóch punktów

Zadanie 9. (0–1)

Na rysunku przedstawiony jest fragment prostej o równaniu $y = ax + b$ przechodzącej przez punkty $(0, -2)$ i $(6, 2)$.



Wtedy

A. $a = \frac{2}{3},\ b = -2$ **B.** $a = 3,\ b = -2$ **C.** $a = \frac{3}{2},\ b = 2$ **D.** $a = -3,\ b = 2$

Zadanie 20. (0–1)

Współczynnik kierunkowy prostej, na której leżą punkty $A = (-4, 3)$ oraz $B = (8, 7)$, jest równy

A. $a = 3$ **B.** $a = -1$ **C.** $a = \frac{5}{6}$ **D.** $a = \frac{1}{3}$

• Para prostych równoległych

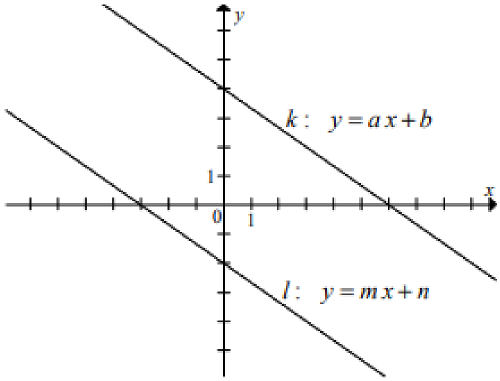
Zadanie 10. (0–1)

Prosta k przecina oś Oy układu współrzędnych w punkcie $(0, 6)$ i jest równoległa do prostej o równaniu $y = -3x$. Wówczas prosta k przecina oś Ox układu współrzędnych w punkcie

A. $(-12, 0)$ **B.** $(-2, 0)$ **C.** $(2, 0)$ **D.** $(6, 0)$

Zadanie 23. (0–1)

Na rysunku przedstawione są dwie proste równoległe k i l o równaniach $y = ax + b$ oraz $y = mx + n$. Początek układu współrzędnych leży między tymi prostymi.



Zatem

A. $a \cdot m > 0$ i $b \cdot n > 0$

B. $a \cdot m > 0$ i $b \cdot n < 0$

C. $a \cdot m < 0$ i $b \cdot n > 0$

D. $a \cdot m < 0$ i $b \cdot n < 0$

Zadanie 20. (0–1)

Proste o równaniach $y = (3m - 4)x + 2$ oraz $y = (12 - m)x + 3m$ są równoległe, gdy

A. $m = 4$ **B.** $m = 3$ **C.** $m = -4$ **D.** $m = -3$

Zadanie 17. (0–1)

Proste o równaniach $y = (4m + 1)x - 19$ oraz $y = (5m - 4)x + 20$ są równoległe, gdy

A. $m = 5$ **B.** $m = -\frac{1}{4}$ **C.** $m = \frac{5}{4}$ **D.** $m = -5$

- Para prostych prostopadłych

Zadanie 17. (0–1)

Prosta określona wzorem $y = ax + 1$ jest symetralną odcinka AB, gdzie $A = (-3, 2)$ i $B = (1, 4)$. Wynika stąd, że

A. $a = -\frac{1}{2}$ **B.** $a = \frac{1}{2}$ **C.** $a = -2$ **D.** $a = 2$

Zadanie 18. (0–1)

Prosta przechodząca przez punkt $A=(-10,5)$ i początek układu współrzędnych jest prostopadła do prostej o równaniu

A. $y=-2x+4$ **B.** $y=\frac{1}{2}x$ **C.** $y=-\frac{1}{2}x+1$ **D.** $y=2x-4$

Zadanie 20. (0–1)

Prosta k przechodzi przez punkt $A=(4,-4)$ i jest prostopadła do osi Ox. Prosta k ma równanie

A. $x-4=0$ **B.** $x-y=0$ **C.** $y+4=0$ **D.** $x+y=0$

Zadanie 31. (0–2)

Przekątne rombu $ABCD$ przecinają się w punkcie $S=\left(-\frac{21}{2},-1\right)$. Punkty A i C leżą na prostej o równaniu $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{2}$. Wyznacz równanie prostej BD.

- Punkt przecięcia się prostych – brak zadań

- Symetria względem osi X, Y i początku układu współrzędnych

Zadanie 19. (0–1)

Punkty $A=(-21,11)$ i $B=(3,17)$ są końcami odcinka AB. Obrazem tego odcinka w symetrii względem osi Ox układu współrzędnych jest odcinek $A'B'$. Środkiem odcinka $A'B'$ jest punkt o współrzędnych

A. $(-9,-14)$ **B.** $(-9,14)$ **C.** $(9,-14)$ **D.** $(9,14)$

Zadanie 19. (0–1)

Punkt $P=(-6,-8)$, przekształcono najpierw w symetrii względem osi Ox, a potem w symetrii względem osi Oy. W wyniku tych przekształceń otrzymano punkt Q. Zatem

A. $Q=(6,8)$ **B.** $Q=(-6,-8)$ **C.** $Q=(8,6)$ **D.** $Q=(-8,-6)$

• Punkt przecięcia prostej z osią X lub Y

Zadanie 12. (0–1)
Wykres funkcji liniowej $y = 2x - 3$ przecina oś Oy w punkcie o współrzędnych

A. $(0, -3)$ **B.** $(-3, 0)$ **C.** $(0, 2)$ **D.** $(0, 3)$

• Równanie okręgu – brak zadań

• Zadania mieszane

Pewniak – zadania otwarte

Zadanie 33. (0–4)
Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Ponadto wiadomo, że $A = (-2, 4)$ i $B = (6, -2)$. Wierzchołek C należy do osi Oy. Oblicz współrzędne wierzchołka C.

Prostopadłość – 1ptk, równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty – 2ptk, środek odcinka – 1ptk.

Zadanie 32. (0–4)
Wyznacz równanie osi symetrii trójkąta o wierzchołkach $A = (-2, 2)$, $B = (6, -2)$, $C = (10, 6)$.

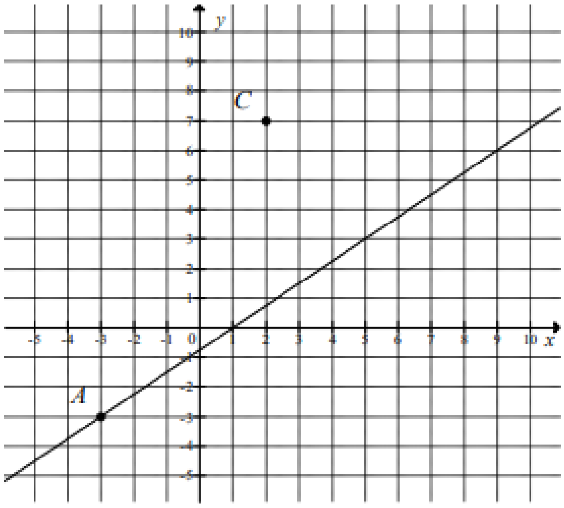
Długość odcinka – 2ptk, środek odcinka – 1ptk, prostopadłość – 1ptk

Zadanie 27. (0–2)
Dane są proste o równaniach $y = x + 2$ oraz $y = -3x + b$, które przecinają się w punkcie leżącym na osi Oy układu współrzędnych. Oblicz pole trójkąta, którego dwa boki zawierają się w danych prostych, a trzeci jest zawarty w osi Ox.

Pole trójkąta – 1ptk, punkt przecięcia z osiami – 1ptk

Zadanie 32. (0–4)

Na rysunku przedstawione są dwa wierzchołki trójkąta prostokątnego ABC: $A=(-3,-3)$ i $C=(2,7)$ oraz prosta o równaniu $y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}$, zawierająca przeciwprostokątną AB tego trójkąta.



Oblicz współrzędne wierzchołka B tego trójkąta i długość odcinka AB.

Prostopadłość – 1ptk, punkt przecięcia się prostych – 2ptk, równanie prostej na podstawie dwóch punktów – 1ptk

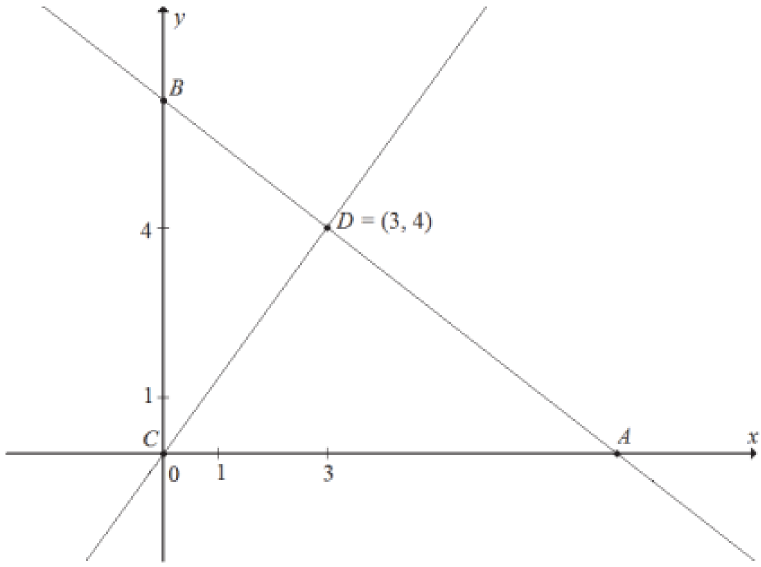
Zadanie 33. (0–4)

Punkty $A=(-2,-8)$ i $B=(14,-8)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AB|=|AC|$. Wysokość AD tego trójkąta jest zawarta w prostej o równaniu $y=\frac{1}{2}x-7$. Oblicz współrzędne wierzchołka C tego trójkąta.

Prostopadłość – 1ptk, środek odcinka – 1ptk, równanie prostej na podstawie dwóch punktów – 1ptk, długość odcinka – 1ptk

Zadanie 33. (0–4)

Punkt $C=(0,0)$ jest wierzchołkiem trójkąta prostokątnego ABC, którego wierzchołek A leży na osi Ox, a wierzchołek B na osi Oy układu współrzędnych. Prosta zawierająca wysokość tego trójkąta opuszczoną z wierzchołka C przecina przeciwprostokątną AB w punkcie $D=(3,4)$.



Oblicz współrzędne wierzchołków A i B tego trójkąta oraz długość przeciwprostokątnej AB.

Prostopadłość – 1ptk, punkty przecięcia z osiami – 2ptk, równanie prostej na podstawie dwóch punktów – 1ptk

Zadanie 34. (0–4)

Punkty $A=(-1,1)$ i $C=(1,9)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC|=|BC|$. Podstawa AB tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$. Oblicz współrzędne wierzchołka B tego trójkąta.

Punkt przecięcia prostych – 2ptk, prostopadłość – 1ptk, długość odcinka – 1ptk

Zadanie 31. (0–2)

Punkty $A=(2,4)$, $B=(0,0)$, $C=(4,-2)$ są wierzchołkami trójkąta ABC. Punkt D jest środkiem boku AC tego trójkąta. Wyznacz równanie prostej BD.

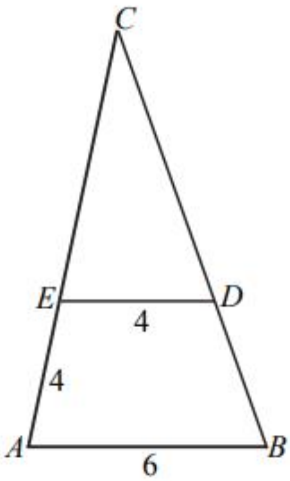
Środek odcinka – 1ptk, równanie prostej na podstawie dwóch punktów – 1ptk

Planimetria

- Podobieństwo i przystawanie figur

Zadanie 15. (0–1)

W trójkącie ABC punkt D leży na boku BC, a punkt E leży na boku AC. Odcinek DE jest równoległy do boku AB, a ponadto $|AE| = |DE| = 4$, $|AB| = 6$ (zobacz rysunek).

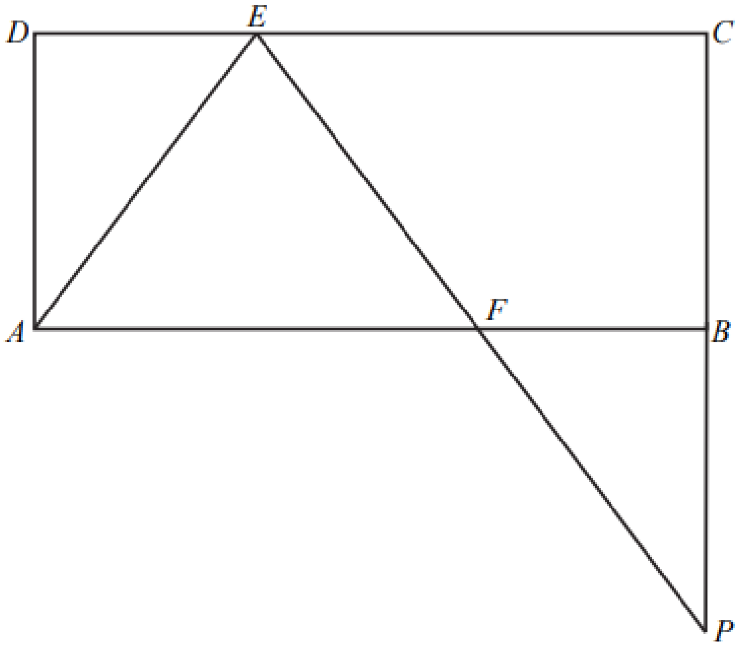


Odcinek CE ma długość

A. $\frac{16}{3}$ **B.** $\frac{8}{3}$ **C.** 8 **D.** 6

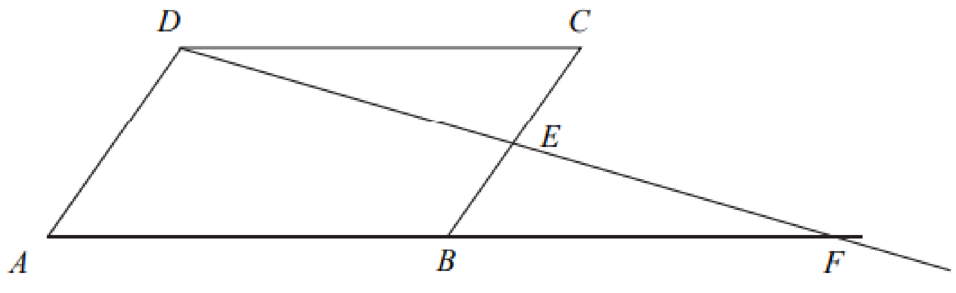
Zadanie 29. (0–2)

Dany jest prostokąt $ABCD$. Na boku CD tego prostokąta wybrano taki punkt E, że $|EC| = 2|DE|$, a na boku AB wybrano taki punkt F, że $|BF| = |DE|$. Niech P oznacza punkt przecięcia prostej EF z prostą BC (zobacz rysunek). Wykaż, że trójkąty AED i FPB są przystające.



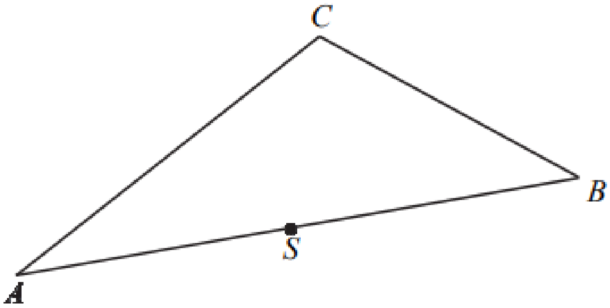
Zadanie 28. (0–2)

W równoległoboku $ABCD$ punkt E jest środkiem boku BC. Z wierzchołka D poprowadzono prostą przecinającą bok BC w punkcie E. Proste AB i DE przecinają się w punkcie F (zobacz rysunek). Wykaż, że punkt B jest środkiem odcinka AF.



Zadanie 28. (0–2)

Dany jest trójkąt ABC. Punkt S jest środkiem boku AB tego trójkąta (zobacz rysunek). Wykaż, że odległości punktów A i B od prostej CS są równe.



- Pola figur

Turbo-pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 18. (0–1)

Boki trójkąta mają długości 20 i 12, a kąt między tymi bokami ma miarę $120°$. Pole tego trójkąta jest równe

A. 60 **B.** 120 **C.** $60\sqrt{3}$ **D.** $120\sqrt{3}$

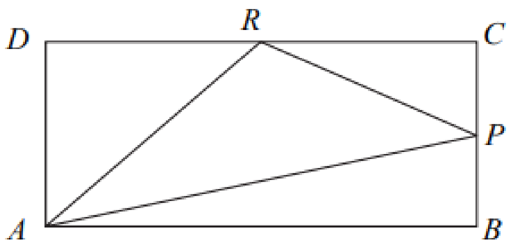
Zadanie 18. (0–1)

Pole rombu o boku 6 i kącie rozwartym $150°$ jest równe

A. $18\sqrt{2}$ **B.** 18 **C.** $36\sqrt{2}$ **D.** 36

Zadanie 31. (0–2)

W prostokącie $ABCD$ punkt P jest środkiem boku BC, a punkt R jest środkiem boku CD. Wykaż, że pole trójkąta APR jest równe sumie pól trójkątów ADR oraz PCR.



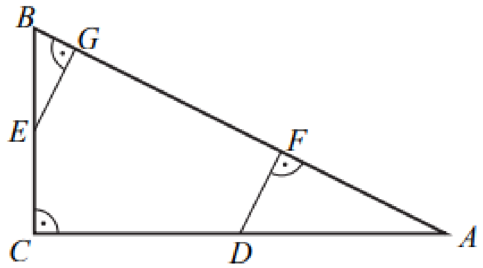
Zadanie 16. (0–1)

Każde z ramion trójkąta równoramiennego ma długość 20. Kąt zawarty między ramionami tego trójkąta ma miarę 150°. Pole tego trójkąta jest równe

A. 100 **B.** 200 **C.** $100\sqrt{3}$ **D.** $100\sqrt{2}$

Zadanie 25. (0–1)

Punkty D i E są środkami przyprostokątnych AC i BC trójkąta prostokątnego ABC. Punkty F i G leżą na przeciwprostokątnej AB tak, że odcinki DF i EG są do niej prostopadłe (zobacz rysunek). Pole trójkąta BGE jest równe 1, a pole trójkąta AFD jest równe 4.



Zatem pole trójkąta ABC jest równe

A. 12 **B.** 16 **C.** 18 **D.** 20

Zadanie 18. (0–1)

Przekątne równoległoboku mają długości 4 i 8, a kąt między tymi przekątnymi ma miarę 30°. Pole tego równoległoboku jest równe

A. 32 **B.** 16 **C.** 12 **D.** 8

Zadanie 30. (0–2)

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD przekątne AC oraz BD przecinają się w punkcie S. Wykaż, że jeżeli $|AS| = \frac{5}{6}|AC|$, to pole trójkąta ABS jest 25 razy większe od pola trójkąta DCS.

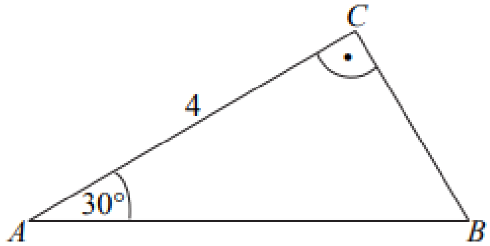
Zadanie 21. (0–1)

Pole koła opisanego na trójkącie równobocznym jest równe $\frac{1}{3}\pi^3$. Długość boku tego trójkąta jest równa

A. $\frac{\pi}{3}$ **B.** π **C.** $\sqrt{3}\pi$ **D.** 3π

Zadanie 22. (0–1)

Pole trójkąta prostokątnego ABC, przedstawionego na rysunku, jest równe



A. $\frac{32\sqrt{3}}{6}$ **B.** $\frac{16\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

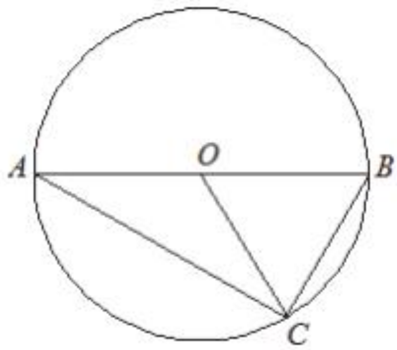
Zadanie 16. (0–1)

Dany jest trójkąt równoboczny, którego pole jest równe $6\sqrt{3}$. Bok tego trójkąta ma długość

A. $3\sqrt{2}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{6}$ **D.** $6\sqrt{2}$

Zadanie 16. (0–1)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku O i promieniu r. Na tym okręgu wybrano punkt C, taki, że $|OB| = |BC|$ (zobacz rysunek).



Pole trójkąta AOC jest równe

A. $\frac{1}{2}r^2$ **B.** $\frac{1}{4}r^2$ **C.** $\frac{\pi}{4}r^2$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}r^2$

Zadanie 19. (0–1)

Pole trójkąta o bokach długości 4 oraz 9 i kącie między nimi o mierze $60°$ jest równe

A. 18 **B.** 9 **C.** $18\sqrt{3}$ **D.** $9\sqrt{3}$

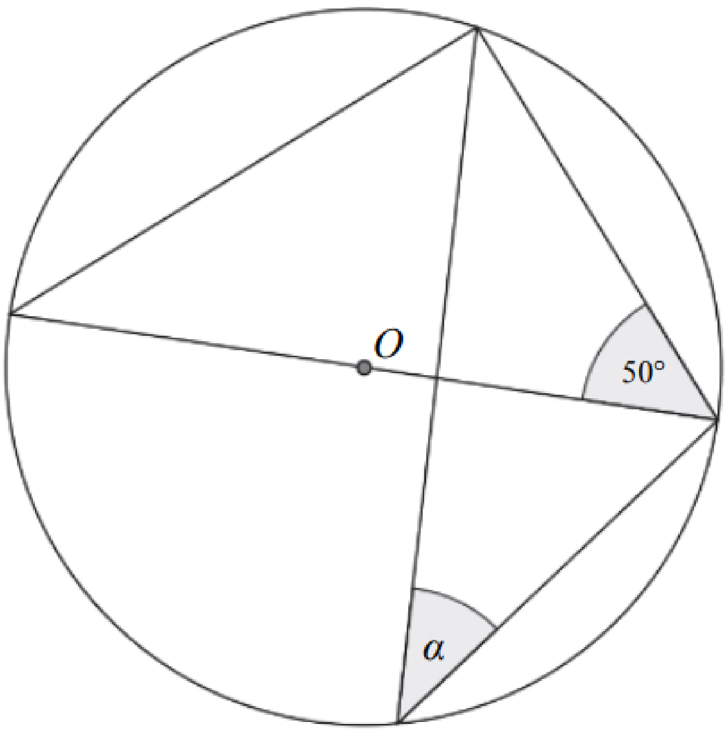
Zadanie 15. (0–1)
Pole trójkąta ABC o wierzchołkach $A=(0,0)$, $B=(4,2)$, $C=(2,6)$ jest równe

A. 5 **B.** 10 **C.** 15 **D.** 20

- Kąt środkowy i wpisany

Pewniak – zadania zamknięte

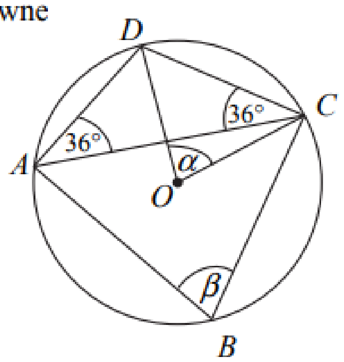
Zadanie 19. (0–1)
W okręgu o środku O dany jest kąt o mierze $50°$, zaznaczony na rysunku.



Miara kąta oznaczonego na rysunku literą α jest równa
A. $40°$ **B.** $50°$ **C.** $20°$ **D.** $25°$

Zadanie 14. (0–1)

Punkty A, B, C i D leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek). Miary zaznaczonych kątów α i β są odpowiednio równe



A. $\alpha = 36°, \beta = 72°$

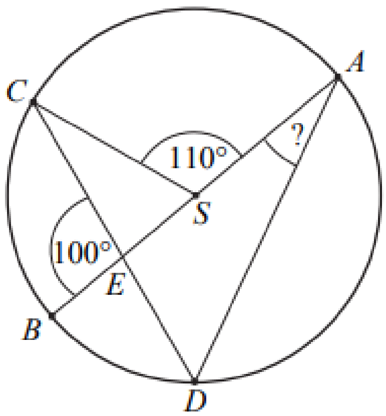
B. $\alpha = 54°, \beta = 72°$

C. $\alpha = 36°, \beta = 108°$

D. $\alpha = 72°, \beta = 72°$

Zadanie 19. (0–1)

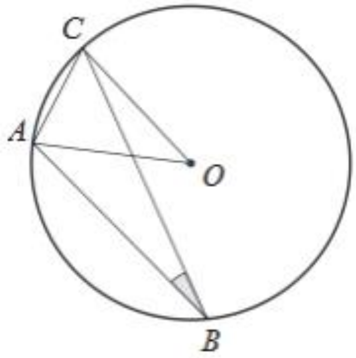
Punkty A, B, C i D leżą na okręgu o środku S. Cięciwa CD przecina średnicę AB tego okręgu w punkcie E tak, że $|\sphericalangle BEC| = 100°$. Kąt środkowy ASC ma miarę $110°$ (zobacz rysunek).



Kąt wpisany BAD ma miarę

A. $15°$ **B.** $20°$ **C.** $25°$ **D.** $30°$

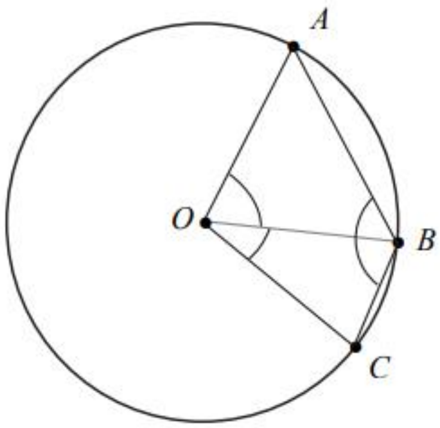
Zadanie 16. (0–1)
W okręgu o środku O dany jest kąt wpisany ABC o mierze 20° (patrz rysunek).



Miara kąta CAO jest równa

A. 85° **B.** 70° **C.** 80° **D.** 75°

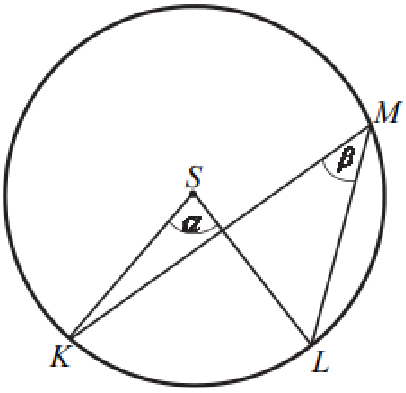
Zadanie 14. (0–1)
Na okręgu o środku w punkcie O leżą punkty A, B i C (zobacz rysunek). Kąt ABC ma miarę 121°, a kąt BOC ma miarę 40°.



Kąt AOB ma miarę

A. 59° **B.** 50° **C.** 81° **D.** 78°

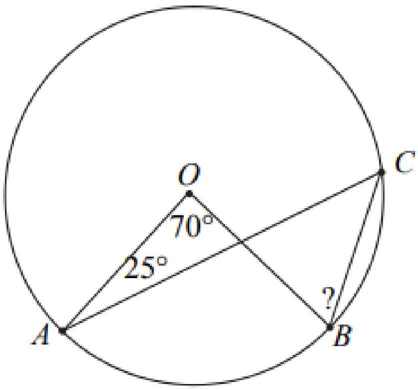
Zadanie 17. (0–1)
Dany jest okrąg o środku S. Punkty K, L i M leżą na tym okręgu. Na łuku KL tego okręgu są oparte kąty KSL i KML (zobacz rysunek), których miary α i β spełniają warunek $\alpha + \beta = 114°$. Wynika stąd, że



A. $\beta = 19°$ **B.** $\beta = 38°$ **C.** $\beta = 57°$ **D.** $\beta = 76°$

Zadanie 16. (0–1)
Na okręgu o środku w punkcie O wybrano trzy punkty A, B, C tak, że $|\sphericalangle AOB| = 70°$, $|\sphericalangle OAC| = 25°$. Cięciwa AC przecina promień OB (zobacz rysunek). Wtedy miara $\sphericalangle OBC$ jest równa

A. $\alpha = 25°$
B. $\alpha = 60°$
C. $\alpha = 70°$
D. $\alpha = 85°$



• Wyznaczanie miar kątów

Pewniak – zadania otwarte

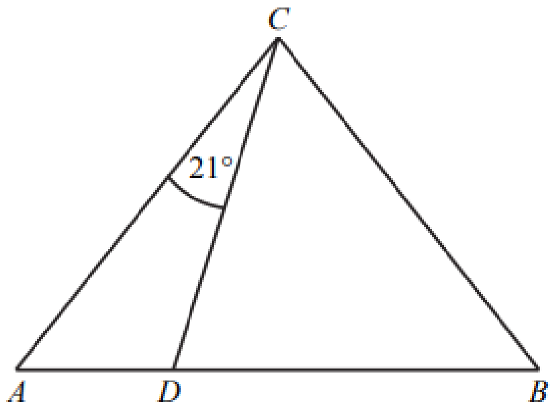
Zadanie 15. (0–1)

Miary kątów wewnętrznych pewnego trójkąta pozostają w stosunku $3:4:5$. Najmniejszy kąt wewnętrzny tego trójkąta ma miarę

A. $45°$ **B.** $90°$ **C.** $75°$ **D.** $60°$

Zadanie 16. (0–1)

W trójkącie ABC, w którym $|AC|=|BC|$, na boku AB wybrano punkt D taki, że $|BD|=|CD|$ oraz $|\sphericalangle ACD|=21°$ (zobacz rysunek).

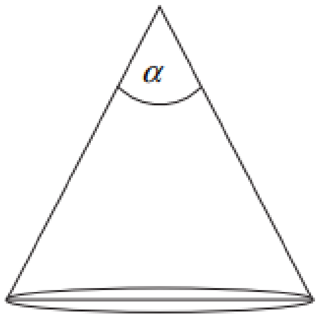


Wynika stąd, że kąt BCD ma miarę

A. $57°$ **B.** $53°$ **C.** $51°$ **D.** $55°$

Zadanie 19. (0–1)

Tworząca stożka o promieniu podstawy 3 ma długość 6 (zobacz rysunek).



Kąt α rozwarcia tego stożka jest równy

A. $30°$ **B.** $45°$ **C.** $60°$ **D.** $90°$

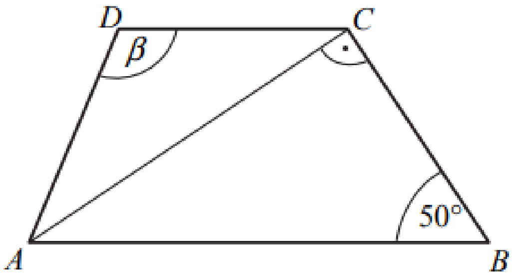
Zadanie 21. (0–1)

W ostrosłupie czworokątnym, w którym wszystkie krawędzie mają tę samą długość, kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy ma miarę

A. $30°$ **B.** $45°$ **C.** $60°$ **D.** $75°$

Zadanie 13. (0–1)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym przekątna AC jest prostopadła do ramienia BC, $|AD| = |DC|$ oraz $|\sphericalangle ABC| = 50°$ (zobacz rysunek).



Stąd wynika, że

A. $\beta = 100°$ **B.** $\beta = 120°$ **C.** $\beta = 110°$ **D.** $\beta = 130°$

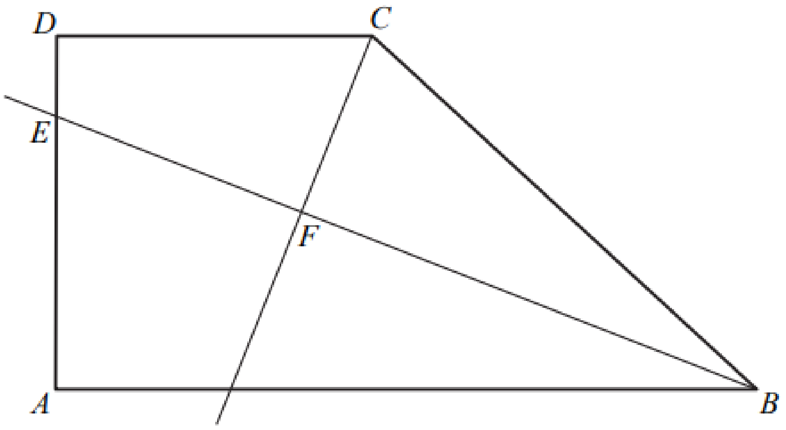
Zadanie 20. (0–1)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$. Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami równobocznymi. Miara kąta ASC jest równa

A. $45°$ **B.** $30°$ **C.** $75°$ **D.** $90°$

Zadanie 29. (0–2)

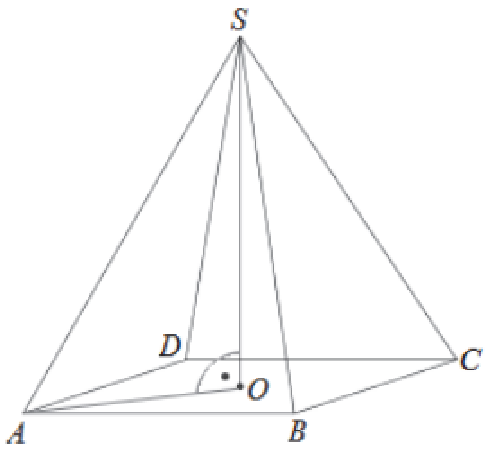
Dany jest trapez prostokątny $ABCD$ o podstawach AB i CD oraz wysokości AD. Dwusieczna kąta ABC przecina ramię AD w punkcie E oraz dwusieczną kąta BCD w punkcie F (zobacz rysunek).



Wykaż, że w czworokącie $CDEF$ sumy miar przeciwległych kątów są sobie równe.

Zadanie 18. (0–1)

Na rysunku przedstawiono ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDS$ o podstawie $ABCD$.



Kąt nachylenia krawędzi bocznej SA ostrosłupa do płaszczyzny podstawy $ABCD$ to

A. $\sphericalangle SAO$ **B.** $\sphericalangle SAB$ **C.** $\sphericalangle SOA$ **D.** $\sphericalangle ASB$

Zadanie 19. (0–1)

Miary kątów pewnego czworokąta pozostają w stosunku $2:3:3:4$. Wynika stąd, że najmniejszy kąt tego czworokąta ma miarę

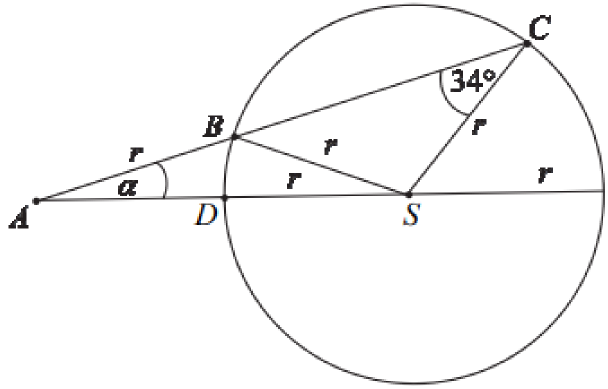
A. $60°$ **B.** $50°$ **C.** $40°$ **D.** $30°$

Zadanie 18. (0–1)
Różnica miar dwóch sąsiednich kątów wewnętrznych równoległoboku jest równa $80°$. Kąt rozwarty tego równoległoboku ma miarę

A. $120°$ **B.** $125°$ **C.** $130°$ **D.** $135°$

Zadanie 14. (0–1)
Punkty B, C i D leżą na okręgu o środku S i promieniu r. Punkt A jest punktem wspólnym prostych BC i SD, a odcinki AB i SC są równej długości. Miara kąta BCS jest równa $34°$ (zobacz rysunek). Wtedy

A. $\alpha = 12°$
B. $\alpha = 17°$
C. $\alpha = 22°$
D. $\alpha = 34°$

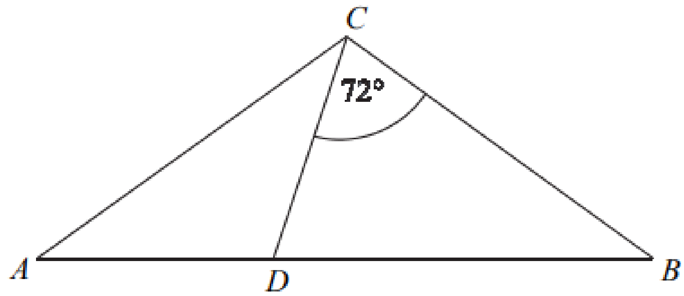


Zadanie 20. (0–1)
Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Kąt między ramionami tego trójkąta ma miarę $44°$. Dwusieczna kąta poprowadzona z wierzchołka A przecina bok BC tego trójkąta w punkcie D. Kąt ADC ma miarę

A. $78°$ **B.** $34°$ **C.** $68°$ **D.** $102°$

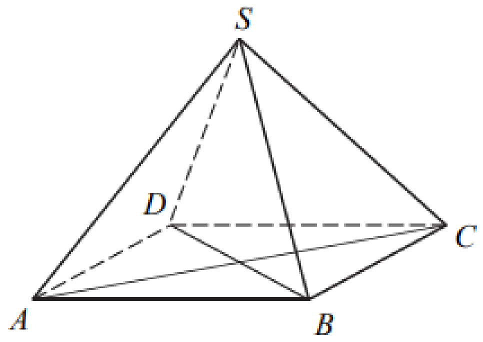
Zadanie 14. (0–1)
Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Na podstawie AB tego trójkąta leży punkt D, taki że $|AD| = |CD|$, $|BC| = |BD|$ oraz $\sphericalangle BCD = 72°$ (zobacz rysunek). Wynika stąd, że kąt ACD ma miarę

A. $38°$
B. $36°$
C. $42°$
D. $40°$



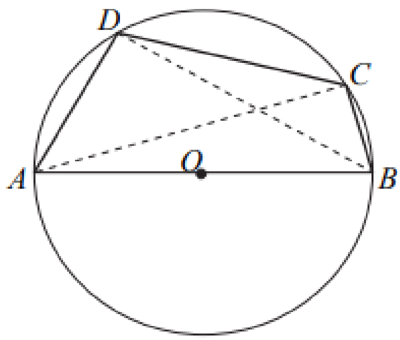
Zadanie 16. (0–1)
Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$ (zobacz rysunek). Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami równobocznymi. Miara kąta SAC jest równa

A. $60°$ **B.** $45°$ **C.** $90°$ **D.** $75°$



• Trójkąty prostokątne (twierdzenie Pitagorasa)

Zadanie 28. (0–2)
Czworokąt $ABCD$ wpisano w okrąg tak, że bok AB jest średnicą tego okręgu (zobacz rysunek). Udowodnij, że $|AD|^2+|BD|^2=|BC|^2+|AC|^2$.

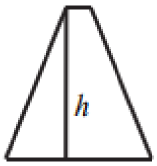


Zadanie 23. (0–1)
Przekątna przekroju osiowego walca, którego promień podstawy jest równy 4 i wysokość jest równa 6, ma długość

A. $\sqrt{10}$ **B.** $\sqrt{20}$ **C.** $\sqrt{52}$ **D.** 10

Zadanie 18. (0–1)

Długości boków trapezu równoramiennego są równe 12, 13, 2, 13.



Wysokość h tego trapezu jest równa

A. 5 **B.** 8 **C.** 10 **D.** 12

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest prostopadłościan o wymiarach 30 cm × 40 cm × 120 cm (zobacz rysunek), a ponadto dane są cztery odcinki a, b, c, d, o długościach – odpowiednio – 119 cm, 121 cm, 129 cm i 131 cm.

Przekątna tego prostopadłościanu jest dłuższa

A. tylko od odcinka a.

B. tylko od odcinków a i b.

C. tylko od odcinków a, b i c.

D. od wszystkich czterech danych odcinków.

Zadanie 33. (0–4)

Środek okręgu leży w odległości 10 cm od cięciwy tego okręgu. Długość tej cięciwy jest o 22 cm większa od promienia tego okręgu. Oblicz promień tego okręgu.

• Trójkąty ekierki

Zadanie 15. (0–1)

Kąt rozwarcia stożka ma miarę $120°$, a tworząca tego stożka ma długość 6. Promień podstawy stożka jest równy

A. 3 **B.** 6 **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** $6\sqrt{3}$

Zadanie 29. (0–2)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC, w którym $|\sphericalangle ACB| = 90°$ i $|\sphericalangle ABC| = 60°$. Niech D oznacza punkt wspólny wysokości poprowadzonej z wierzchołka C kąta prostego i przeciwprostokątnej AB tego trójkąta. Wykaż, że $|AD| : |DB| = 3 : 1$.

- Liczba przekątnych – brak zadań

- Warunek istnienia trójkąta

Zadanie 17. (0–1)

Długości boków trójkąta są liczbami całkowitymi. Jeden bok ma 7 cm, a drugi ma 2 cm. Trzeci bok tego trójkąta może mieć długość

A. 12 cm **B.** 9 cm **C.** 6 cm **D.** 3 cm

- Suma miar kątów – brak zadań

- Skala podobieństwa

Zadanie 20. (0–1)

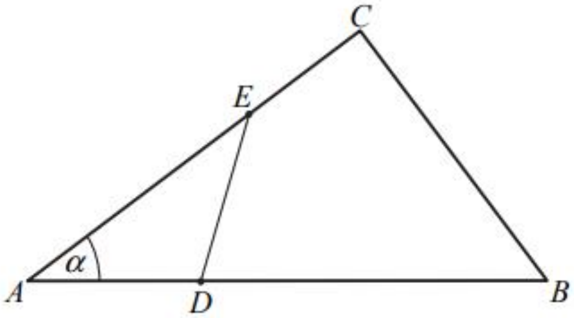
Trójkąt ABC jest podobny do trójkąta $A'B'C'$ w skali $\frac{5}{2}$, przy czym $|AB| = \frac{5}{2}|A'B'|$. Stosunek pola trójkąta ABC do pola trójkąta $A'B'C'$ jest równy

A. $\frac{4}{25}$ **B.** $\frac{2}{5}$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{25}{4}$

• Zadania mieszane

Zadanie 30. (0–4)

W trójkącie ABC dane są długości boków $|AB| = 15$ i $|AC| = 12$ oraz $\cos\alpha = \frac{4}{5}$, gdzie $\alpha = \sphericalangle BAC$. Na bokach AB i AC tego trójkąta obrano punkty odpowiednio D i E takie, że $|BD| = 2|AD|$ i $|AE| = 2|CE|$ (zobacz rysunek).



Oblicz pole

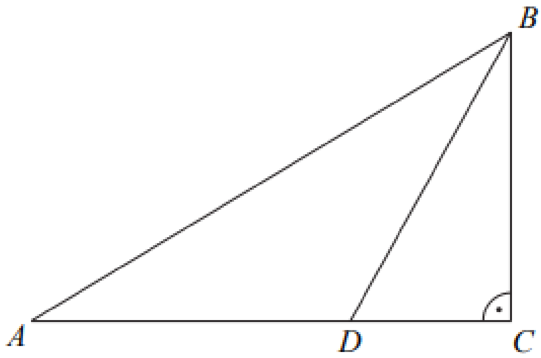
a) trójkąta ADE.

b) czworokąta $BCED$.

Pola figur – 3ptk, wyznaczenie wartości funkcji trygonometrycznej – 1ptk

Zadanie 28. (0–2)

Dwusieczna kąta ostrego ABC przecina przyprostokątną AC trójkąta prostokątnego ABC w punkcie D.



Udowodnij, że jeżeli $|AD| = |BD|$, to $|CD| = \frac{1}{2} \cdot |BD|$.

Wyznaczenie kątów – 1ptk, trójkąty ekierki – 1ptk

Zadanie 32. (0–4)

Ramię trapezu równoramiennego $ABCD$ ma długość $\sqrt{26}$. Przekątne w tym trapezie są prostopadłe, a punkt ich przecięcia dzieli je w stosunku $2:3$. Oblicz pole tego trapezu.

Pole figur – 2ptk, twierdzenie Pitagorasa – 1ptk, skala podobieństwa – 1ptk

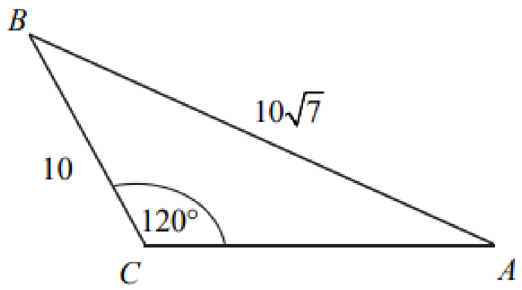
Zadanie 34. (0–4)

W trójkącie prostokątnym ACB przyprostokątna AC ma długość 5, a promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy 2. Oblicz pole trójkąta ACB.

Trójkąt prostokątny – 3ptk, pole figury – 1ptk

Zadanie 34. (0–4)

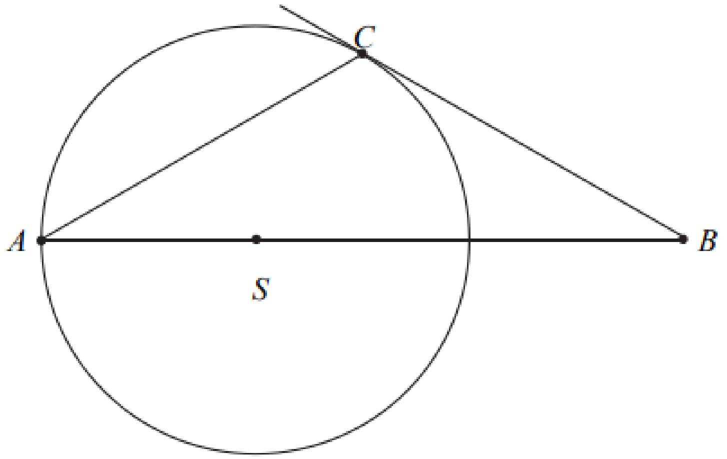
Dany jest trójkąt rozwartokątny ABC, w którym $\sphericalangle ACB$ ma miarę $120°$. Ponadto wiadomo, że $|BC| = 10$ i $|AB| = 10\sqrt{7}$ (zobacz rysunek). Oblicz długość trzeciego boku trójkąta ABC.



Trójkąt prostokątny – 2ptk, trójkąty ekierki – 2ptk

Zadanie 29. (0–2)

Wierzchołki A i C trójkąta ABC leżą na okręgu o promieniu r, a środek S tego okręgu leży na boku AB trójkąta (zobacz rysunek). Prosta BC jest styczna do tego okręgu w punkcie C, a ponadto $|AC| = r\sqrt{3}$. Wykaż, że kąt ACB ma miarę $120°$.



Wyznaczenie funkcji trygonometrycznej – 1ptk, trójkąty ekierki – 1ptk

Stereometria

• Objętości brył

Zadanie 22. (0–1)
Dany jest trójkąt prostokątny o długościach boków *a*, *b*, *c*, gdzie $a < b < c$. Obracając ten trójkąt, wokół prostej zawierającej dłuższą przyprostokątną o kąt 360°, otrzymujemy bryłę, której objętość jest równa

A. $V = \frac{1}{3}a^2b\pi$ **B.** $V = a^2b\pi$ **C.** $V = \frac{1}{3}b^2a\pi$ **D.** $V = a^2\pi + \pi ac$

Zadanie 22. (0–1)
Dany jest stożek o wysokości 6 i tworzącej $3\sqrt{5}$. Objętość tego stożka jest równa

A. 36π **B.** 18π **C.** 108π **D.** 54π

Zadanie 24. (0–1)
Przekrojem osiowym walca jest kwadrat o przekątnej długości 12. Objętość tego walca jest zatem równa

A. $36\pi\sqrt{2}$ **B.** $108\pi\sqrt{2}$ **C.** 54π **D.** 108π

• Pola podstawy, boczne, całkowite, przekrojów

Zadanie 23. (0–1)
Długość przekątnej sześcianu jest równa 6. Stąd wynika, że pole powierzchni całkowitej tego sześcianu jest równe

A. 72 **B.** 48 **C.** 152 **D.** 108

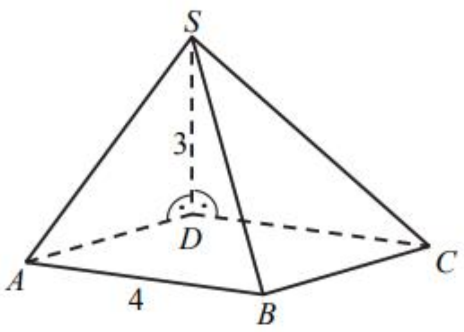
Zadanie 23. (0–1)
Przekrój osiowy walca jest kwadratem o przekątnej $10\sqrt{2}$. Pole powierzchni bocznej tego walca jest równe

A. 50π **B.** 100π **C.** 200π **D.** 250π

Zadanie 19. (0–1)
Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu jest równa 96 cm. Pole powierzchni całkowitej tego sześcianu jest równe

A. 48 cm^2 **B.** 64 cm^2 **C.** 384 cm^2 **D.** 512 cm^2

Zadanie 22. (0–1)
Podstawą ostrosłupa jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 4. Krawędź boczna DS jest prostopadła do podstawy i ma długość 3 (zobacz rysunek).



Pole ściany BCS tego ostrosłupa jest równe

A. 20 **B.** 10 **C.** 16 **D.** 12

- Rysowanie i liczenie kątów – brak zadań
- Długości boków, przekątnych, wysokości, tworzących itp. – brak zadań

Punkty za ten poddział można zdobyć w każdym zadaniu otwartym ze stereometrii!!

- Wyznaczanie liczby krawędzi, wierzchołków, ścian

Zadanie 20. (0–1)
Graniastosłup o podstawie ośmiokąta ma dokładnie

A. 16 wierzchołków. **B.** 9 wierzchołków. **C.** 16 krawędzi. **D.** 8 krawędzi.

Zadanie 22. (0–1)
Różnica liczby krawędzi i liczby wierzchołków ostrosłupa jest równa 11. Podstawą tego ostrosłupa jest

A. dziesięciokąt. **B.** jedenastokąt. **C.** dwunastokąt. **D.** trzynastokąt.

Zadanie 19. (0–1)
Graniastosłup ma 14 wierzchołków. Liczba wszystkich krawędzi tego graniastosłupa jest równa

A. 14 **B.** 21 **C.** 28 **D.** 26

Zadanie 23. (0–1)
Gdy dodamy liczbę wszystkich krawędzi pewnego graniastosłupa do liczby wszystkich jego wierzchołków, to otrzymamy w wyniku 15. Liczba wszystkich krawędzi tego graniastosłupa jest równa

A. 9 **B.** 7 **C.** 6 **D.** 5

- Wyznaczanie wielkości ze wzorów

Zadanie 17. (0–1)
Dany jest walec, w którym promień podstawy jest równy r, a wysokość walca jest od tego promienia dwa razy większa. Objętość tego walca jest równa

A. $2\pi r^3$ **B.** $4\pi r^3$ **C.** $\pi r^2(r+2)$ **D.** $\pi r^2(r-2)$

Zadanie 24. (0–1)
Pole powierzchni bocznej walca jest równe 16π, a promień jego podstawy ma długość 2. Wysokość tego walca jest równa
A. 4 **B.** 8 **C.** 4π **D.** 8π

Zadanie 20. (0–1)
Dany jest walec, w którym wysokość jest równa promieniowi podstawy. Objętość tego walca jest równa 27π. Wynika stąd, że promień podstawy tego walca jest równy

A. 9 **B.** 6 **C.** 3 **D.** 2

Zadanie 22. (0–1)

Pole powierzchni całkowitej pewnego stożka jest 3 razy większe od pola powierzchni pewnej kuli. Promień tej kuli jest równy 2 i jest taki sam jak promień podstawy tego stożka. Tworząca tego stożka ma długość równą

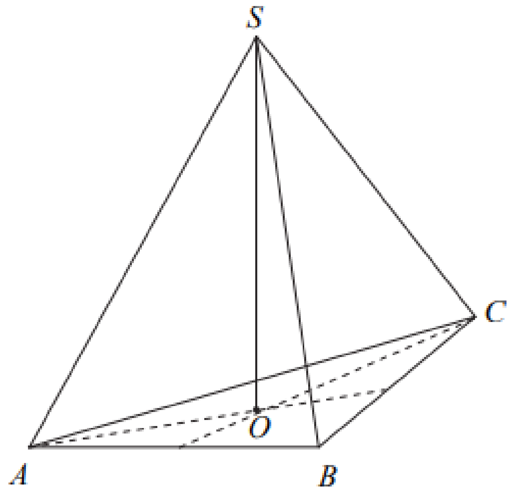
A. 12 **B.** 11 **C.** 24 **D.** 22

- Zadania mieszane

Turbo-pewniak – zadania otwarte

Zadanie 34. (0–5)

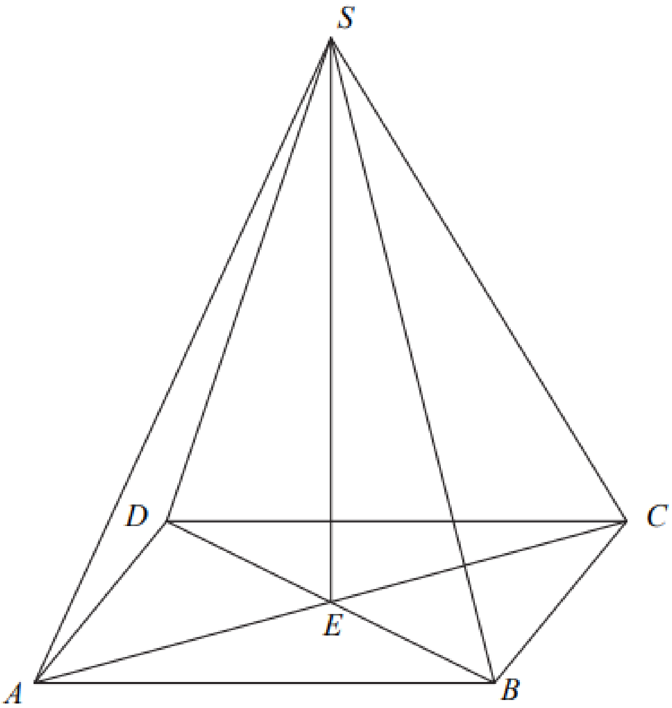
Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ jest równa $27\sqrt{3}$. Długość krawędzi AB podstawy ostrosłupa jest równa 6 (zobacz rysunek). Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.



Pole podstawy, boczne, całkowite – 2ptk, długości odcinków – 3ptk

Zadanie 33. (0–4)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest prostokąt, którego boki pozostają w stosunku $3:4$, a pole jest równe 192 (zobacz rysunek). Punkt E jest wyznaczony przez przecinające się przekątne podstawy, a odcinek SE jest wysokością ostrosłupa. Każda krawędź boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $30°$. Oblicz objętość ostrosłupa.



Objętość – 1ptk, pole podstawy – 1ptk, długości odcinków – 2ptk

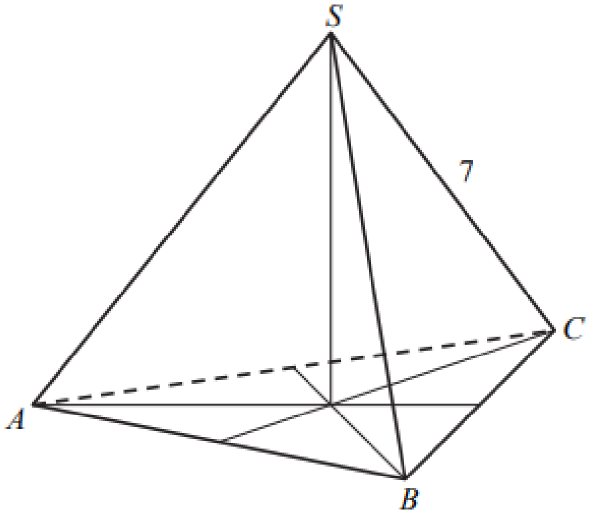
Zadanie 32. (0–4)

Dany jest stożek o objętości 8π, w którym stosunek wysokości do promienia podstawy jest równy $3:8$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego stożka.

Pole boczne – 1ptk, długości odcinków – 2ptk, wyznaczanie wielkości ze wzorów – 1ptk

Zadanie 33. (0–5)

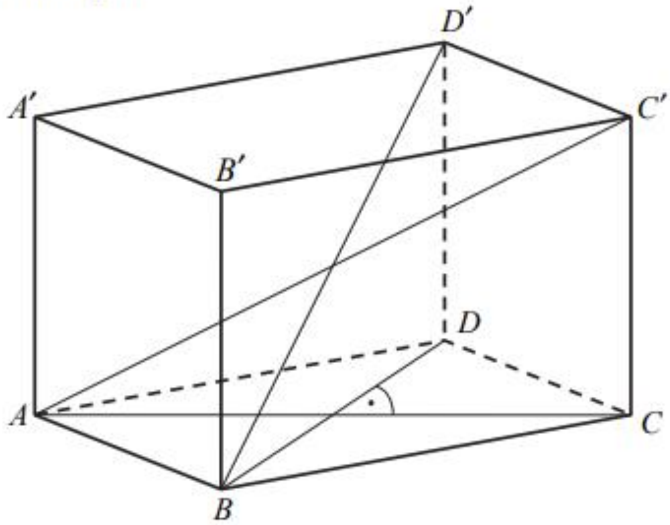
Trójkąt równoboczny ABC jest podstawą ostrosłupa prawidłowego $ABCS$, w którym ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $60°$, a krawędź boczna ma długość 7 (zobacz rysunek). Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Trójkąt ekierka – 1ptk, pole podstawy – 1ptk, objętość – 1ptk, długości odcinków – 2ptk

Zadanie 34. (0–5)

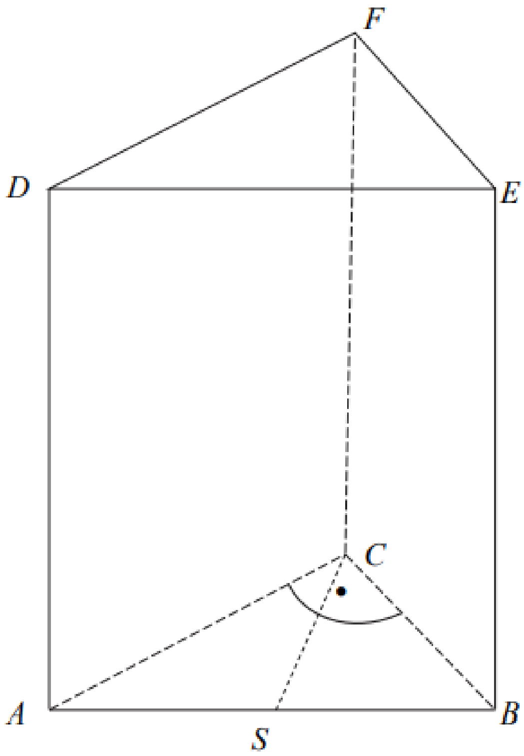
Podstawą graniastosłupa prostego $ABCDA'B'C'D'$ jest romb $ABCD$. Przekątna AC' tego graniastosłupa ma długość 8 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $30°$, a przekątna BD' jest nachylona do tej płaszczyzny pod kątem $45°$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.



Pole całkowite – 2ptk, trójkąty ekierki – 2ptk, długości odcinków – 1ptk

Zadanie 34. (0–5)

Podstawą graniastosłupa prostego $ABCDEF$ jest trójkąt prostokątny ABC, w którym $|\sphericalangle ACB| = 90°$ (zobacz rysunek). Stosunek długości przyprostokątnej AC tego trójkąta do długości przyprostokątnej BC jest równy 4 : 3. Punkt S jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC, a długość odcinka SC jest równa 5. Pole ściany bocznej $BEFC$ graniastosłupa jest równe 48. Oblicz objętość tego graniastosłupa.



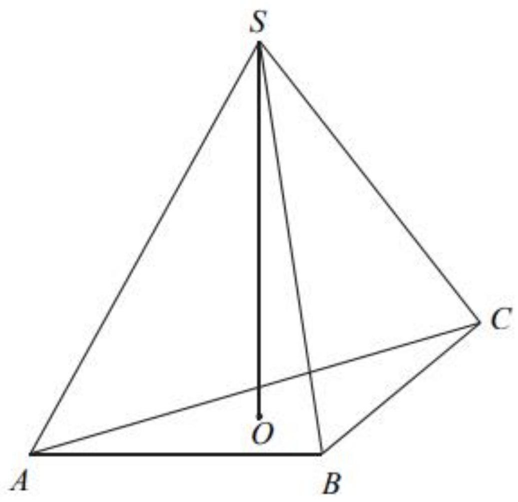
Pitagoras – 1ptk, objętość – 1ptk, pole podstawy – 1ptk, długości odcinków – 2ptk

Zadanie 32. (0–5)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny o wysokości $H = 16$. Cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

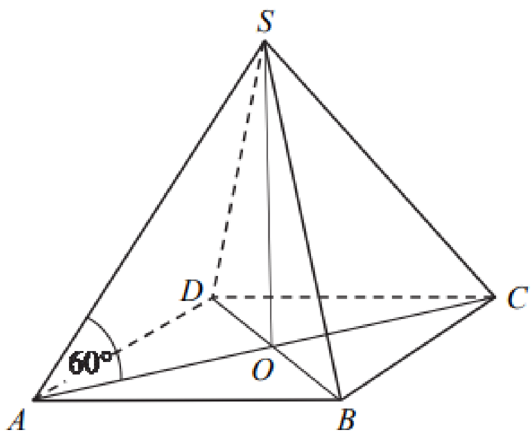
Wyznaczenie funkcji trygonometrycznej – 1ptk, pole boczne – 2ptk, długości odcinków – 2ptk

Zadanie 32. (0–5)
W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCS$ krawędź podstawy ma długość a. Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest dwa razy większe od pola jego podstawy. Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy.



Wyznaczenie funkcji trygonometrycznej – 1ptk, długości odcinków – 2ptk, pole podstawy i boczne – 2ptk

Zadanie 32. (0–5)
Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest prostokąt o polu równym 432, a stosunek długości boków tego prostokąta jest równy $3 : 4$. Przekątne podstawy $ABCD$ przecinają się w punkcie O. Odcinek SO jest wysokością ostrosłupa (zobacz rysunek). Kąt SAO ma miarę 60°. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

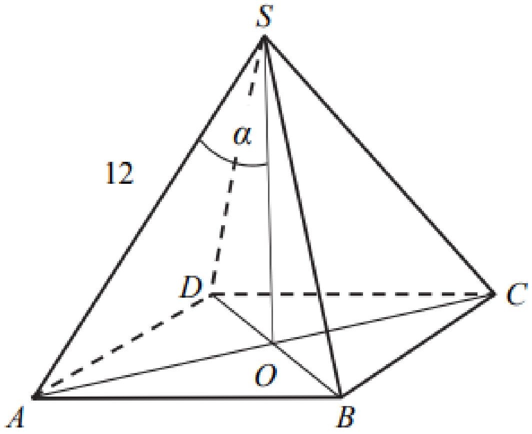


Wyznaczenie funkcji trygonometrycznej – 1ptk, objętość – 1ptk, długości odcinków – 2ptk, pole podstawy – 1ptk

Zadanie 34. (0–5)

Długość krawędzi bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest równa 12. (zobacz rysunek). Krawędź boczna tworzy z wysokością tego ostrosłupa kąt α taki, że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Długości boków – 2ptk, Pitagoras – 1ptk, pole podstawy – 1ptk, objętość – 1ptk

Prawdopodobieństwo i statystyka

• Prawdopodobieństwo

Turbo-pewniak – zadania zamknięte i otwarte

Zadanie 25. (0–1)

Na loterię przygotowano pulę 100 losów, w tym 4 wygrywające. Po wylosowaniu pewnej liczby losów, wśród których był dokładnie jeden wygrywający, szansa na wygraną była taka sama jak przed rozpoczęciem loterii. Stąd wynika, że wylosowano

A. 4 losy. **B.** 20 losów. **C.** 50 losów. **D.** 25 losów.

Zadanie 31. (0–2)

Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losowo wybieramy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że otrzymamy liczbę podzielną przez 8 lub liczbę podzielną przez 12.

Zadanie 24. (0–1)

W grupie jest 15 kobiet i 18 mężczyzn. Losujemy jedną osobę z tej grupy. Prawdopodobieństwo tego, że będzie to kobieta, jest równe

A. $\frac{1}{15}$ **B.** $\frac{1}{33}$ **C.** $\frac{15}{33}$ **D.** $\frac{15}{18}$

Zadanie 27. (0–2)

Mamy dwa pudełka: w pierwszym znajduje się 6 kul ponumerowanych kolejnymi liczbami od 1 do 6, a w drugim – 8 kul ponumerowanych kolejnymi liczbami od 1 do 8. Losujemy po jednej kuli z każdego pudełka i tworzymy liczbę dwucyfrową w ten sposób, że numer kuli wylosowanej z pierwszego pudełka jest cyfrą dziesiątek, a numer kuli wylosowanej z drugiego – cyfrą jedności tej liczby. Oblicz prawdopodobieństwo, że utworzona liczba jest podzielna przez 11.

Zadanie 21. (0–1)

Rzucamy trzy razy symetryczną monetą. Niech p oznacza prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie jednego orła w tych trzech rzutach. Wtedy

A. $0 \le p < 0,25$ **B.** $0,25 \le p \le 0,4$ **C.** $0,4 < p \le 0,5$ **D.** $p > 0,5$

Zadanie 25. (0–1)
Doświadczenie losowe polega na rzucie dwiema symetrycznymi monetami i sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wynikiem rzutu są dwa orły i sześć oczek na kostce, jest równe

A. $\frac{1}{48}$ **B.** $\frac{1}{24}$ **C.** $\frac{1}{12}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Zadanie 34. (0–2)
Ze zbioru siedmiu liczb naturalnych $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ losujemy dwie różne liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że większą z wylosowanych liczb będzie liczba 5.

Zadanie 25. (0–1)
Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo otrzymania pary liczb, których iloczyn jest większy od 20, jest równe

A. $\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{5}{36}$ **C.** $\frac{1}{9}$ **D.** $\frac{2}{9}$

Zadanie 31. (0–2)
Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ losujemy bez zwracania dwa razy po jednej liczbie. Wylosowane liczby tworzą parę (a, b), gdzie a jest wynikiem pierwszego losowania, b jest wynikiem drugiego losowania. Oblicz, ile jest wszystkich par (a, b) takich, że iloczyn $a \cdot b$ jest liczbą parzystą.

Zadanie 25. (0–1)
Z pudełka, w którym jest tylko 6 kul białych i n kul czarnych, losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe $\frac{1}{3}$. Liczba kul czarnych jest równa

A. $n = 9$ **B.** $n = 2$ **C.** $n = 18$ **D.** $n = 12$

Zadanie 30. (0–2)
Ze zbioru liczb $\{1, 2, 4, 5, 10\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że iloraz pierwszej wylosowanej liczby przez drugą wylosowaną liczbę jest liczbą całkowitą.

Zadanie 25. (0–1)
W pudełku znajdują się dwie kule: czarna i biała. Czterokrotnie losujemy ze zwracaniem jedną kulę z tego pudełka. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie trzy razy w czterech losowaniach wyciągniemy kulę koloru białego, jest równe

A. $\frac{1}{16}$ **B.** $\frac{3}{8}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{3}{4}$

Zadanie 31. (0–2)
Rzucamy cztery razy symetryczną monetą. Po przeprowadzonym doświadczeniu zapisujemy liczbę uzyskanych orłów (od 0 do 4) i liczbę uzyskanych reszek (również od 0 do 4). Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że w tych czterech rzutach liczba uzyskanych orłów będzie większa niż liczba uzyskanych reszek.

Zadanie 25. (0–1)
W grupie liczącej 29 uczniów (dziewcząt i chłopców) jest 15 chłopców. Z tej grupy trzeba wylosować jedną osobę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że zostanie wylosowana dziewczyna, jest równe

A. $\frac{14}{15}$ **B.** $\frac{1}{14}$ **C.** $\frac{14}{29}$ **D.** $\frac{15}{29}$

Zadanie 33. (0–4)
Ze zbioru $A=\{-3,-2,-1,1,2,3\}$ losujemy liczbę a, natomiast ze zbioru $B=\{-1,0,1,2\}$ losujemy liczbę b. Te liczby są – odpowiednio – współczynnikiem kierunkowym i wyrazem wolnym funkcji liniowej $f(x)=ax+b$. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymana funkcja f jest rosnąca i ma dodatnie miejsce zerowe.

Zadanie 25. (0–1)
Ze zbioru kolejnych liczb naturalnych $\{20,21,22,\ldots,39,40\}$ losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo wylosowania liczby podzielnej przez 4 jest równe

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{2}{7}$ **C.** $\frac{6}{19}$ **D.** $\frac{3}{10}$

Zadanie 31. (0–2)
Doświadczenie losowe polega na trzykrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymamy sumę oczek równą 16.

Zadanie 25. (0–1)

W grupie 60 osób (kobiet i mężczyzn) jest 35 kobiet. Z tej grupy losujemy jedną osobę. Prawdopodobieństwo wylosowania każdej osoby jest takie samo. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosujemy mężczyznę, jest równe

A. $\frac{1}{60}$ **B.** $\frac{1}{25}$ **C.** $\frac{7}{12}$ **D.** $\frac{5}{12}$

Zadanie 30. (0–2)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosowana liczba ma w zapisie dziesiętnym cyfrę dziesiątek, która należy do zbioru $\{1,3,5,7,9\}$, i jednocześnie cyfrę jedności, która należy do zbioru $\{0,2,4,6,8\}$.

• Mediana i dominanta

Zadanie 24. (0–1)

Abiturient jednego z liceów zestawił w tabeli oceny ze swojego świadectwa ukończenia szkoły.

Ocena	6	5	4	3	2
Liczba ocen	2	3	5	5	1

Mediana przedstawionego zestawu danych jest równa

A. 3 **B.** 3,5 **C.** 4 **D.** 4,5

Zadanie 23. (0–1)

Średnia arytmetyczna dziesięciu liczb naturalnych 3, 10, 5, x, x, x, x, 12, 19, 7 jest równa 12. Mediana tych liczb jest równa

A. 14 **B.** 12 **C.** 16 **D.** x

• Średnia arytmetyczna i ważona

Zadanie 23. (0–1)

Średnia arytmetyczna zestawu danych: 2, 4, 7, 8, x jest równa n, natomiast średnia arytmetyczna zestawu danych: 2, 4, 7, 8, x, $2x$ jest równa $2n$. Wynika stąd, że

A. $x = 49$ **B.** $x = 21$ **C.** $x = 14$ **D.** $x = 7$

Zadanie 22. (0–1)

Średnia arytmetyczna czterech liczb: $x-1$, $3x$, $5x+1$ i $7x$ jest równa 72. Wynika stąd, że

A. $x=9$ **B.** $x=10$ **C.** $x=17$ **D.** $x=18$

Zadanie 23. (0–1)

Jeżeli do zestawu czterech danych: 4, 7, 8, x dołączymy liczbę 2, to średnia arytmetyczna wzrośnie o 2. Zatem

A. $x=-51$ **B.** $x=-6$ **C.** $x=10$ **D.** $x=29$

Zadanie 23. (0–1)

Średnia arytmetyczna zestawu danych: x, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 jest równa 9. Wtedy mediana tego zestawu danych jest równa

A. 8 **B.** 9 **C.** 10 **D.** 16

Zadanie 22. (0–1)

Wśród 100 osób przeprowadzono ankietę, w której zadano pytanie o liczbę książek przeczytanych w ostatnim roku. Wyniki ankiety zebrano w poniższej tabeli.

Liczba książek	0	1	2	3	4	5
Liczba osób	23	14	28	17	11	7

Średnia liczba przeczytanych książek przez jedną ankietowaną osobę jest równa

A. 0,5 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 2,5

• Działania na zbiorach / liczenie elementów

Pewniak – zadania zamknięte

Zadanie 24. (0–1)

Ile jest wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych podzielnych przez 6 i niepodzielnych przez 9?

A. 6 **B.** 10 **C.** 12 **D.** 15

Zadanie 25. (0–1)

Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych, większych od 3000, utworzonych wyłącznie z cyfr 1, 2, 3, przy założeniu, że cyfry mogą się powtarzać, ale nie wszystkie z tych cyfr muszą być wykorzystane?

A. 3 **B.** 6 **C.** 9 **D.** 27

Zadanie 24. (0–1)

Ile jest wszystkich dwucyfrowych liczb naturalnych podzielnych przez 3?

A. 12 **B.** 24 **C.** 29 **D.** 30

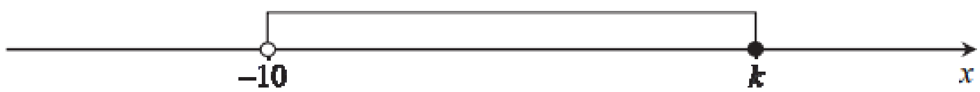
Zadanie 24. (0–1)

Ile jest wszystkich czterocyfrowych liczb naturalnych mniejszych niż 2017?

A. 2016 **B.** 2017 **C.** 1016 **D.** 1017

Zadanie 5. (0–1)

Na rysunku przedstawiony jest przedział $(-10, k\rangle$, gdzie k jest liczbą całkowitą. Suma wszystkich liczb całkowitych należących do tego przedziału jest równa 21.



Stąd wynika, że

A. $k=9$ **B.** $k=11$ **C.** $k=21$ **D.** $k=31$

Zadanie 7. (0–1)

Liczbę $\frac{224}{1111}$ można zapisać w postaci nieskończonego ułamka dziesiętnego okresowego. Dwudziestą cyfrą po przecinku jego rozwinięcia jest

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 6

Zadanie 24. (0–1)

Liczba wszystkich dodatnich liczb czterocyfrowych parzystych, w których zapisie nie występują cyfry 0 i 2, jest równa

A. $8\cdot8\cdot8\cdot3$ **B.** $8\cdot7\cdot6\cdot3$ **C.** $8\cdot10\cdot10\cdot4$ **D.** $9\cdot8\cdot7\cdot4$

Zadanie 21. (0–1)

Liczb naturalnych dwucyfrowych podzielnych przez 6 jest

A. 60 **B.** 45 **C.** 30 **D.** 15

Zadanie 24. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych parzystych, w których występują wyłącznie cyfry 1, 2, 3, jest

A. 54 **B.** 81 **C.** 8 **D.** 27

- ## Błąd względny i bezwzględny

Zadanie 22. (0–1)

Liczba 0,3 jest jednym z przybliżeń liczby $\frac{5}{16}$. Błąd względny tego przybliżenia, wyrażony w procentach, jest równy

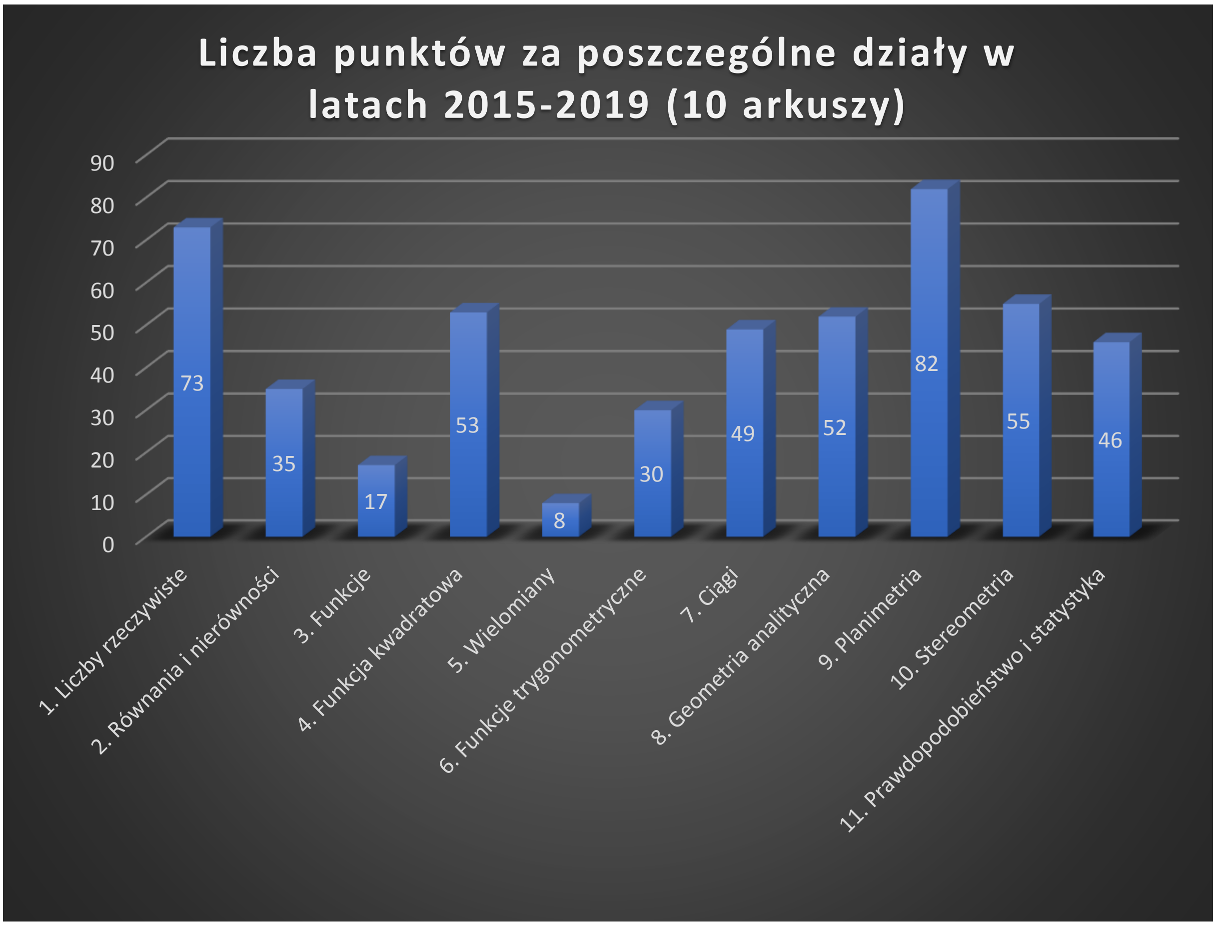
A. 4% **B.** $0,04\%$ **C.** $2,5\%$ **D.** $0,025\%$

- ## Odchylenie standardowe – brak zadań

Statystyki punktowe za poszczególne działy i poddziały

Tak, jak na wstępie wspomniałem – niektóre zadania bardzo trudno było przydzielić jednoznacznie do konkretnego poddziału. Przykładowo: wiele zadań można przyporządkować zarówno do „Wyznaczenia wartości funkcji trygonometrycznych”, oraz „Trójkątów ekierek”. W takich sytuacjach zadania przydzielałem na zmianę do poszczególnych poddziałów, co w przypadku analizy kilkuset zadań daje względnie realne odniesienie, jak bardzo istotny jest dany temat. Oczywiście, gdyby podobną statystykę robiła inna osoba zajmująca się matematyką to punktacja mogłaby się różnić, jednak uważam, że byłyby to jedynie pojedyncze zmiany.

Poniżej zamieszczam statystyki wszystkich głównych działów i poddziałów, do których zostały przydzielone wyżej uporządkowane zadania:



Na pierwszy rzut oka można zaobserwować, że zdecydowanie warto powtórzyć sobie całą geometrię (planimetrię i stereometrię), gdyż tylko z tych dwóch działów, które się wzajemnie uzupełniają można uzyskać prawie 30% (oczywiście jest to uzależnione od arkusza maturalnego). W połączeniu z funkcją kwadratową i prawdopodobieństwem, gdzie zadania są chyba najbardziej schematyczne jest to już prawie 50%.

Jeśli chodzi o podział punktowy za zadania według poddziałów to prezentuje się on następująco:

Pozycja	Nazwa poddziału	Liczba punktów	Uwagi	Częstość występowania
1	Ciąg arytmetyczny	35	Turbo-pewniak	10 razy
2	Prawdopodobieństwo	29	Turbo-pewniak	10 razy
3	Wzory skróconego mnożenia	25	Turbo-pewniak	9 razy
4	Pola figur	22	Turbo-pewniak	9 razy
5	Długości boków, przekątnych, wysokości, tworzących itp.	20	Turbo-pewniak	10 razy
6	Nierówność kwadratowa	18	Turbo-pewniak	9 razy
	Wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznej kąta	18	Turbo-pewniak	9 razy
	Pola podstawy, boczne, całkowite, przekrojów	18	Turbo-pewniak	10 razy
9	Trójkąty prostokątne (twierdzenie Pitagorasa)	17	Pewniak	8 razy
10	Równania	16	Pewniak	7 razy
	Wyznaczanie miar kątów	16	Pewniak	7 razy
12	Ciąg geometryczny	13	Turbo-pewniak	9 razy
13	Potęgi	12	Turbo-pewniak	9 razy
14	Procenty	11	Turbo-pewniak	10 razy
	Układy równań	11	Turbo-pewniak	9 razy
	Para prostych prostopadłych	11	Pewniak	8 razy
17	Wyrażenia algebraiczne	10		6 razy
	Równania i wyrażenia trygonometryczne	10		6 razy
	Długość odcinka	10	Pewniak	8 razy
	Trójkąty ekierki	10		5 razy
21	Logarytmy	9	Turbo-pewniak	9 razy
	Współczynniki a, b, c, oraz Δ	9		6 razy
	Działania na zbiorach / liczenie elementów	9	Pewniak	7 razy
24	Współrzędne wierzchołka	8	Pewniak	7 razy
	Równanie wielomianowe	8		5 razy
	Współrzędne środka, początku i końca odcinka	8		6 razy
	Równanie prostej na podstawie dwóch punktów	8		6 razy
	Objętości brył	8		5 razy
29	Podobieństwo i przystawanie figur	7		4 razy
	Kąt środkowy i wpisany	7	Pewniak	7 razy
31	Wyznaczanie parametru / współczynnika	6		4 razy

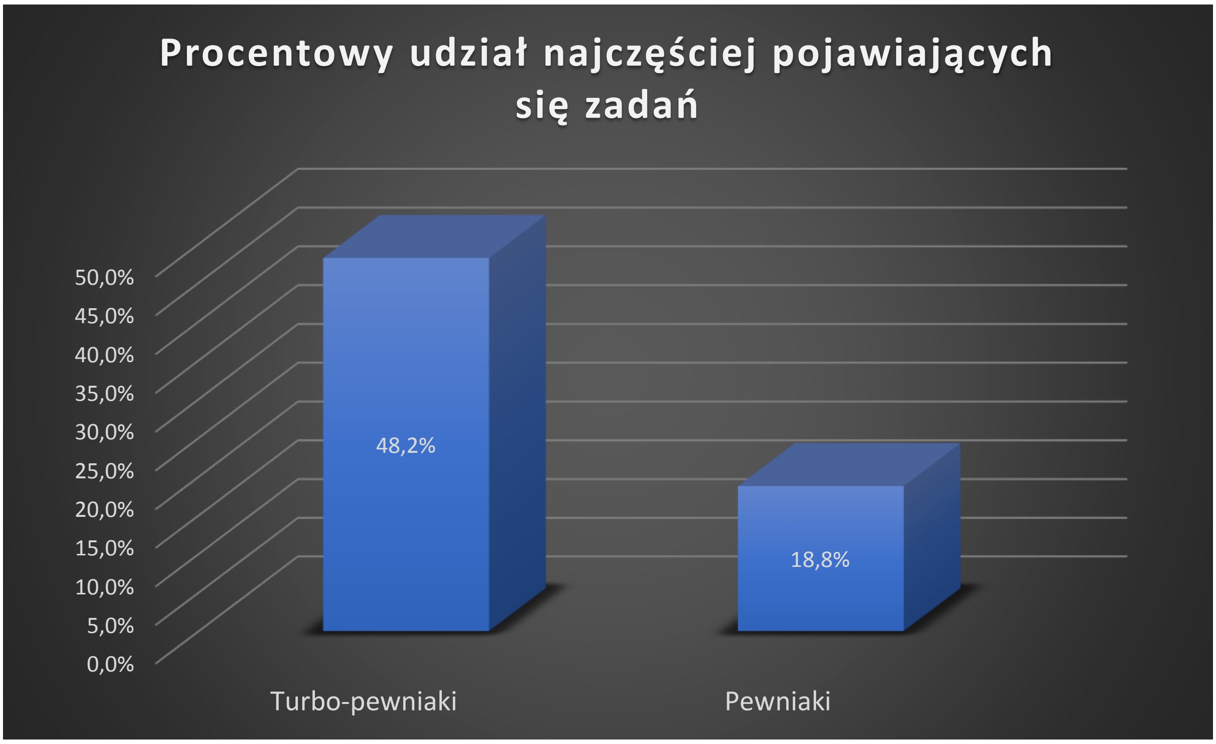
	Miejsca zerowe (funkcja kwadratowa)	6		5 razy
	Wartości max i min	6		5 razy
34	Nierówności	5		5 razy
	Wyznaczanie wielkości ze wzorów	5		5 razy
	Średnia arytmetyczna i ważona	5		5 razy
37	Pierwiastki	4		4 razy
	Para prostych równoległych	4		4 razy
	Punkt przecięcia się prostych	4		2 razy
	Punkt przecięcia prostej z osią X lub Y	4		3 razy
	Wyznaczanie liczby krawędzi, wierzchołków, ścian	4		4 razy
42	Proporcje	3		3 razy
	Miejsce zerowe (funkcje)	3		3 razy
	Liczenie wartości funkcji dla argumentu (funkcje)	3		3 razy
	Odczytywanie wartości z wykresu	3		3 razy
46	Wartość bezwzględna	2		2 razy
	Przesuwanie wykresu	2		2 razy
	Monotoniczność	2		2 razy
	Wyznaczenie wzoru na podstawie wykresu	2		2 razy
	Wyznaczanie kąta na podstawie funkcji	2		2 razy
	Symetria względem osi X, Y i początku układu współrzędnych	2		2 razy
	Skala podobieństwa	2		1 raz
	Mediana i dominanta	2		2 razy
54	Zbiór wartości	1		1 raz
	Liczenie wartości funkcji dla argumentu	1		1 raz
	Ciąg niestandardowy	1		1 raz
	Kąt nachylenia prostej względem osi OX	1		1 raz
	Warunek istnienia trójkąta	1		1 raz
	Błąd względny i bezwzględny	1		1 raz
60	Usuwanie niewymierności z mianownika	0		0 razy
	Dziedzina	0		0 razy
	Równanie osi symetrii	0		0 razy
	Dodawanie wielomianów	0		0 razy
	Równanie okręgu	0		0 razy

	Liczba przekątnych	0		0 razy
	Suma miar kątów	0		0 razy
	Rysowanie i liczenie kątów	0		0 razy
	Odchylenie standardowe	0		0 razy

Częstość występowania informuje nas, ile razy pojawiło się przynajmniej jedno zadanie z danego tematu wśród dziesięciu arkuszy. Jeśli chodzi o zadania z tematów, które nie wystąpiły ani razu – umieściłem je dlatego, że pojedyncze z zadań pojawiały się na maturach majowych od 2010 roku. Z tymi tematami proponuję zapoznać się osobom, które celują w wynik powyżej 90%.

- „Turbo-pewniak" – zadanie pojawiło się 9 lub 10 razy
- „Pewniak" – zadanie pojawiło się 7 lub 8 razy

Jeśli z kolei chodzi o łączną liczbę punktów za te najczęściej pojawiające się zadania to wygląda to następująco (całkowita liczba uwzględnionych punktów - 500):



Jak widać tylko za zadania, które bardzo często się pojawiają na maturze można spokojnie uzyskać wyniki oscylujący w granicach 60%.

Wnioski

Opracowanie to zawierające 340 zadań z czerwcowych i sierpniowych matur ma celu zobrazowanie, jak często pojawiają się zadania z poszczególnych działów, dzięki czemu można w jakimś stopniu przewidzieć, co może się pojawić na następnym arkuszu. Oczywiście nie jest powiedziane, że wszystkie „turbo-pewniaki” znajdą się na następnej maturze, ale gwarantuję, że przerobienie sumiennie wszystkich zadań, w szczególności tych zadań z tematów podkreślonych przeze mnie na czerwono i żółto musi przynieść pozytywny wynik na maturze. Rozwiązania wszystkich tych zadań zostaną przeze mnie umieszczone na YouTube na kanale „Mathmind”. Początek nagrywania przewiduję na połowę września 2020 roku.

Bardzo istotną sprawą jest również właściwe korzystanie z karty wzorów – jest tam bardzo dużo odpowiedzi do zadań, wystarczy je tylko odpowiednio przeczytać. To, w jaki sposób to robić i na które ze wzorów należy zwracać szczególną uwagę przedstawiłem na filmie, który dodałem na YouTube w maju 2020 roku.

Serdecznie zapraszam do zapoznania się z pozostałymi moimi opracowaniami z majowych matur, które są do pobrania na stronie: www.mathmind.pl